

Übungsblatt 9

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 15.–18. 12. 2009
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 9:10 am 5. 1. 2010

Aufgabe 67

mündlich

Lokalisieren Sie folgende Sprachen möglichst exakt innerhalb der Chomsky-Hierarchie (inklusive DCFL und DCSL). Begründen Sie.

- (a) $L_1 = \{(ab)^n a^m b^n \mid n, m \geq 1\}$,
- (b) $L_2 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \leq |y|\}$,
- (c) $L_3 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |y| \leq |x|\}$.

Aufgabe 68

mündlich

Ein k -PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, E)$ ist ein PDA mit Endzuständen, der über k Kellerspeicher verfügt. Falls Γ neben dem Kelleraufangszeichen $\#$ nur noch ein weiteres Zeichen A enthält und M die k Stacks oberhalb des untersten Zeichens $\#$ nur mit diesem Zeichen befüllen kann, heißt M k -Zählerautomat (engl. *counter machine*).

- (a) Geben Sie den Definitions- und Wertebereich der Überföhrungsfunktion δ eines k -PDA an.
- (b) Überlegen Sie, wie sich eine 1-NTM durch einen 2-PDA simulieren lässt.
- (c) Überlegen Sie, wie k -PDAs durch $2k$ -Zählerautomaten simuliert werden können.
- (d) Überlegen Sie, wie sich 4-Zählerautomaten (und damit 1-NTMs) durch 2-Zählerautomaten simulieren lassen.
- (e) Schätzen Sie in den Teilaufgaben (b) - (d) die Anzahl der Rechenschritte der simulierenden Maschine im Vergleich zur simulierten Maschine ab. (optional)

Aufgabe 69

mündlich

Zeigen Sie, dass CFL in DCSL enthalten ist. (Bemerkung: Nach Aufgabe 73 ist die Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\} \in \text{DCSL}$. Da L nicht kontextfrei ist, ist CFL also echt in DCSL enthalten. Ob auch die Inklusion $\text{DCSL} \subseteq \text{CSL}$ echt ist, ist bis heute ungelöst. Diese Frage ist als *LBA-Problem* bekannt.)

Aufgabe 70

Zeigen Sie: mündlich

- (a) DCSL und CSL sind unter Vereinigung, Durchschnitt, Produkt und Sternhülle abgeschlossen.
- (b) $\text{DCSL} = \text{co-DCSL}$. (Bemerkung: Es gilt auch $\text{CSL} = \text{co-CSL}$.)

Aufgabe 71

mündlich, optional

Sei L_i eine beliebige Typ- i Sprache. Zeigen oder widerlegen Sie für $i = 0, 1, 2, 3$:

- (a) L_i^R ist eine Typ- i Sprache,
- (b) L_i^3 ist eine Typ- i Sprache,
- (c) L_i^* ist eine Typ- i Sprache,
- (d) L_i^+ ist eine Typ- i Sprache.

Aufgabe 72

6 Punkte

Sei $M = (\{z_0, z_1, z_2\}, \{a, b\}, \{a, b, \sqcup\}, \delta, z_0, \{z_2\})$ eine 1-DTM, wobei δ gegeben ist durch

$$\begin{array}{lll} z_0 a \rightarrow z_1 b N, & z_0 b \rightarrow z_1 a N, & z_0 \sqcup \rightarrow z_2 \sqcup N, \\ z_1 a \rightarrow z_0 a R, & z_1 b \rightarrow z_0 b R, & z_1 \sqcup \rightarrow z_0 \sqcup R. \end{array}$$

- (a) Geben Sie die Rechnung (Konfigurationenfolge) von $M(aabba)$ an. (3 Punkte)
- (b) Beschreiben Sie informell das Verhalten von M , wenn M im Zustand z_0 mit einer beliebigen Bandinschrift gestartet wird. (3 Punkte)

Aufgabe 73

7 Punkte

Geben Sie einen DLBA für die Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ an und erläutern Sie Ihre Konstruktion.

Aufgabe 74

7 Punkte

Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik für die Sprache $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ an und erläutern Sie Ihre Konstruktion. (Bemerkung: L ist in $\text{DCSL} \setminus \text{CFL}$.)

Aufgabe 75

10 Punkte

Für eine Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ bezeichne T_m^n die Menge der Satzformen bis zur Länge n , die sich in höchstens m Schritten aus dem Startsymbol S ableiten lassen.

- (a) Geben Sie die Mengen T_m^6 , $m \geq 0$, für die Typ-1 Grammatik

$$G = (\{A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, A)$$

mit folgenden Regeln an:

$$\begin{array}{llll} P: A \rightarrow BabC & (1) & Ba \rightarrow Cba, aBa & (2, 3) & bCB \rightarrow aCb & (4) \\ C \rightarrow b & (5) & bC \rightarrow BbCa, bCb & (6, 7) & & \end{array}$$

(5 Punkte)

- (b) Beschreiben Sie informell einen Algorithmus, der das Wortproblem für kontextsensitive Grammatiken löst.

(5 Punkte)