

Übungsblatt 6

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 24.–27. 11. 2009
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 9:10 am 1. 12. 2009

Aufgabe 40 Für eine Sprache L seien

5 Punkte

$$\min(L) = \{x \in L \mid \text{kein echtes Präfix von } x \text{ ist in } L\}$$

und

$$\max(L) = \{x \in L \mid x \text{ ist kein echtes Präfix eines Wortes } y \in L\}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass $\min(L) = \max(L)$ die Gleichheit $\min(L) = L$ impliziert. *(mündlich)*
 (b) Gilt hiervon auch die Umkehrung? Begründen Sie. *(2 Punkte)*
 (c) Zeigen Sie, dass die Klasse REG unter dem min-Operator abgeschlossen ist, d.h. für $L \in \text{REG}$ folgt $\min(L) \in \text{REG}$. *(mündlich)*
 (d) Zeigen Sie, dass REG unter dem max-Operator abgeschlossen ist. *(3 Punkte)*

Aufgabe 41

mündlich, optional

Eine *Permutation* w eines Wortes v entsteht durch beliebige Umordnung der Buchstaben von v . Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ sei

$$\text{perm}(L) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ ist eine Permutation eines Wortes } v \in L\}.$$

Zeigen Sie, dass REG nicht unter dem perm-Operator abgeschlossen ist.

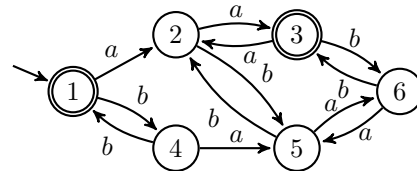
Aufgabe 42 Betrachten Sie den untenstehenden DFA M .

10 Punkte

- (a) Geben Sie für M eine äquivalente reguläre Grammatik an. *(5 Punkte)*
 (b) Geben Sie für die reguläre Grammatik $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$ mit den Regeln

$$P: A \rightarrow aB, a, \varepsilon \\ B \rightarrow bA, b$$

einen äquivalenten NFA an. *(5 Punkte)*



Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 43

5 Punkte

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma, dass folgende Sprachen nicht regulär sind.

- (a) $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$, *(mündlich)*
 (b) $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m > 0\}$. *(5 Punkte)*

Aufgabe 44

mündlich

Betrachten Sie die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \text{ oder } j = k\}$.

- (a) Zeigen Sie, dass L eine endliche Pumpingzahl l hat. Wie groß ist l ?
 (b) Zeigen Sie, dass L (dennoch) nicht regulär ist.

Aufgabe 45

mündlich

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB$$

und sei $w = aabbab$.

- (a) Geben Sie alle Satzformen α von G der Länge $|\alpha| \leq 4$ an.
 (b) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an.
 (c) Konstruieren Sie aus G einen PDA M mit dem Verfahren aus der Vorlesung.
 (d) Zeigen Sie $w \in L(G)$, indem Sie eine Links- und eine Rechtsableitung sowie einen Ableitungsbaum und eine akzeptierende Rechnung von M für w angeben.
 (e) Ist G mehrdeutig?

Aufgabe 46 Gegeben sei die Sprache

mündlich

$$L = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}.$$

- (a) Geben Sie einen PDA M für L an und beweisen Sie dessen Korrektheit.
 (b) Konstruieren Sie aus M eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 47

10 Punkte

Gegeben sei der Kellerautomat $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$ mit $Z = \{p, q\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{A, B, \#\}$ und der Überföhrungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta: q\epsilon\# \rightarrow q & (1) & qa\# \rightarrow qA\# & (2) & qaA \rightarrow qAA & (3) & qbA \rightarrow pA & (4) \\ p\epsilon\# \rightarrow q & (5) & pbA \rightarrow p & (6) & pb\# \rightarrow pB\# & (7) & pbB \rightarrow pBB & (8) \\ pcB \rightarrow q & (9) & qcB \rightarrow q. & (10) & & & & \end{array}$$

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an. *(2 Punkte)*
 (b) Konstruieren Sie zu M eine äquivalente kontextfreie Grammatik G . Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung. *(5 Punkte)*
 (c) Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von $M(abbbcc)$ und die zugehörige Ableitung in der Grammatik G an. *(3 Punkte)*