

## Übungsblatt 6

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 24.–27. 11. 2009  
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 9:10 am 1. 12. 2009*

### Aufgabe 40 Für eine Sprache $L$ seien

$$\min(L) = \{x \in L \mid \text{kein echtes Präfix von } x \text{ ist in } L\}$$

und

$$\max(L) = \{x \in L \mid x \text{ ist kein echtes Präfix eines Wortes } y \in L\}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass  $\min(L) = \max(L)$  die Gleichheit  $\min(L) = L$  impliziert. (mündlich)
- (b) Gilt hiervon auch die Umkehrung? Begründen Sie. (2 Punkte)
- (c) Zeigen Sie, dass die Klasse REG unter dem  $\min$ -Operator abgeschlossen ist, d.h. für  $L \in \text{REG}$  folgt  $\min(L) \in \text{REG}$ . (mündlich)
- (d) Zeigen Sie, dass REG unter dem  $\max$ -Operator abgeschlossen ist. (3 Punkte)

### Aufgabe 41

*mündlich, optional*

Eine *Permutation*  $w$  eines Wortes  $v$  entsteht durch beliebige Umordnung der Buchstaben von  $v$ . Für eine Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  sei

$$\text{perm}(L) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ ist eine Permutation eines Wortes } v \in L\}.$$

Zeigen Sie, dass REG nicht unter dem  $\text{perm}$ -Operator abgeschlossen ist.

### Aufgabe 42 Betrachten Sie den untenstehenden DFA $M$ .

- (a) Geben Sie für  $M$  eine äquivalente reguläre Grammatik an. (5 Punkte)

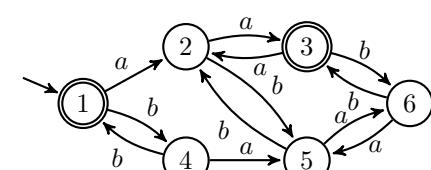
- (b) Geben Sie für die reguläre Grammatik  $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$  mit den Regeln

$$\begin{aligned} P: A &\rightarrow aB, a, \epsilon \\ B &\rightarrow bA, b \end{aligned}$$

einen äquivalenten NFA an. (5 Punkte)

Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

**5 Punkte**



**10 Punkte**

(5 Punkte)

### Aufgabe 43

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma, dass folgende Sprachen nicht regulär sind.

- (a)  $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ , (mündlich)  
(b)  $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m > 0\}$ . (5 Punkte)

### Aufgabe 44

*mündlich*  
Betrachten Sie die Sprache  $L = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \text{ oder } j = k\}$ .

- (a) Zeigen Sie, dass  $L$  eine endliche Pumpingzahl  $l$  hat. Wie groß ist  $l$ ?  
(b) Zeigen Sie, dass  $L$  (dennoch) nicht regulär ist.

### Aufgabe 45

*mündlich*  
Sei  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB$$

und sei  $w = aabbab$ .

- (a) Geben Sie alle Satzformen  $\alpha$  von  $G$  der Länge  $|\alpha| \leq 4$  an.  
(b) Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(G)$  an.  
(c) Konstruieren Sie aus  $G$  einen PDA  $M$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung.  
(d) Zeigen Sie  $w \in L(G)$ , indem Sie eine Links- und eine Rechtsableitung sowie einen Ableitungsbau und eine akzeptierende Rechnung von  $M$  für  $w$  angeben.  
(e) Ist  $G$  mehrdeutig?

### Aufgabe 46 Gegeben sei die Sprache

$$L = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}.$$

- (a) Geben Sie einen PDA  $M$  für  $L$  an und beweisen Sie dessen Korrektheit.  
(b) Konstruieren Sie aus  $M$  eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

### Aufgabe 47

**10 Punkte**

Gegeben sei der Kellerautomat  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$  mit  $Z = \{p, q\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,  $\Gamma = \{A, B, \#\}$  und der Überführungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta: q\epsilon\# \rightarrow q & (1) & qa\# \rightarrow qA\# & (2) & qaA \rightarrow qAA & (3) & qbA \rightarrow pA & (4) \\ p\epsilon\# \rightarrow q & (5) & pbA \rightarrow p & (6) & pb\# \rightarrow pB\# & (7) & pbB \rightarrow pBB & (8) \\ pcB \rightarrow q & (9) & qcB \rightarrow q. & (10) & & & & \end{array}$$

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(M)$  an. (2 Punkte)  
(b) Konstruieren Sie zu  $M$  eine äquivalente kontextfreie Grammatik  $G$ . Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung. (5 Punkte)  
(c) Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von  $M(abbbcc)$  und die zugehörige Ableitung in der Grammatik  $G$  an. (3 Punkte)