

## Probeklausur

Besprechung am 10.–13. 2. 2009 in den Übungen

### Hinweise zur Klausur:

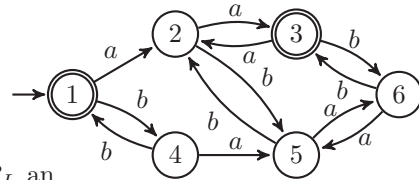
- Die Klausur findet am Dienstag, 24.02.2009 um 9 Uhr in RUD26, 0'115 statt.
- Voraussetzung zur Teilnahme ist der Übungsschein.
- Die Bearbeitungszeit der Aufgaben wird 120 Minuten betragen.
- Hilfsmittel sind nicht zugelassen.
- Bitte bringen Sie zur Klausur Ihren Studenten- und einen Lichtbildausweis (Personalausweis, Reisepass oder Führerschein) mit.

### Hinweis zur Probeklausur:

- Für die Probeklausur sollten Sie von einer Bearbeitungszeit von 180 Minuten ausgehen (d.h. 1 Punkt entspricht 1 Minute).

**Aufgabe 1** Sei  $L$  die von dem DFA  $M$  erkannte Sprache: **25 Punkte**

- Geben Sie für jedes Wortpaar  $x, y \in \{\varepsilon, aa, abb, bbb\}$  an, ob  $xR_L y$  gilt oder nicht. Begründen Sie.
- Minimieren Sie  $M$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung.
- Geben Sie ein Repräsentantensystem für  $R_L$  an.



**Aufgabe 2** **30 Punkte**

Arithmetische Ausdrücke über dem Alphabet  $\Sigma = \{1, +, -, [, ]\}$  und ihre Werte sind induktiv wie folgt definiert:

- 1 ist ein arithmetischer Ausdruck mit dem Wert  $val(1) = 1$ .
- Falls  $A$  und  $A'$  arithmetische Ausdrücke sind, so sind auch  $[A + A']$  und  $[A - A']$  arithmetische Ausdrücke mit den folgenden Werten:

$$val([A + A']) = val(A) + val(A') \text{ und } val([A - A']) = val(A) - val(A').$$

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  für die Sprache  $L$  aller arithmetischen Ausdrücke über  $\Sigma$  an.
- Geben Sie für  $L$  einen DPDA  $M$  an.
- Zeigen Sie, dass die Sprache  $L_0 = \{x \in L \mid val(x) = 0\} \notin CFL$  ist.

**Aufgabe 3** **15 Punkte**

Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik für  $L = \{x\#x^R\#x \mid x \in \{a, b\}^*\}$  an.

**Aufgabe 4** Stimmen folgende Aussagen? Begründen Sie. **25 Punkte**

- Für kontextfreie Sprachen  $A, B$  ist auch  $A - B$  kontextfrei.
- Falls  $A, B$  kontextfreie Sprachen mit  $A = BC$  sind, dann ist auch  $C$  kontextfrei.
- Falls  $A$  kontextfrei ist und  $A \subseteq B$  gilt, dann kann  $B$  regulär sein.
- Eine kontextfreie Grammatik in CNF ist immer eindeutig.
- Wenn  $A$  semi-entscheidbar und  $B$  entscheidbar ist, dann ist  $B - A$  unentscheidbar.

**Aufgabe 5** Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist: **15 Punkte**

**Gegeben:** Eine kontextfreie Grammatik  $G$ .

**Gefragt:** Enthält  $L(G)$  ein Palindrom?

*Hinweis:* Zeigen Sie, dass der Schnitt  $L_1 \cap L_2$  von zwei Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  genau dann nicht leer ist, wenn die Sprache  $\{x\#y^R \mid x \in L_1, y \in L_2\}$  ein Palindrom enthält.

**Aufgabe 6** **30 Punkte**

Bestimmen Sie für die folgenden Sprachen, ob sie entscheidbar, rekursiv aufzählbar oder nicht rekursiv aufzählbar sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

- $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid L(M_w) \neq \emptyset\}$ ,
- $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid 0L(M_w) = L(M_w)1\}$ ,
- $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists x \in \{0, 1\}^* : M_w(x) \neq 0\}$ ,
- $L_4 = L_1 \cup L_2$ ,
- $L_5 = L_1 \cap L_2$ .

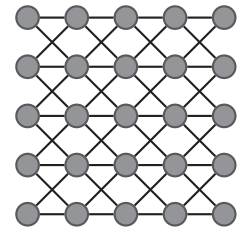
**Aufgabe 7** **15 Punkte**

Zeigen Sie, dass das Problem 5-COLOR, für einen gegebenen Graphen  $G$  zu entscheiden, ob er 5-färbbar ist, NP-vollständig ist.

**Aufgabe 8** **25 Punkte**

Bestimmen Sie für nebenstehenden Graphen  $G$  die folgenden Parameter. Begründen Sie Ihre Antwort.

- $\chi(G) = \min\{k \geq 1 \mid G \text{ ist } k\text{-färbbar}\}$ ,
- $\omega(G) = \max\{\|C\| \mid C \text{ ist eine Clique in } G\}$ ,
- $\mu(G) = \max\{\|M\| \mid M \text{ ist ein Matching in } G\}$ ,
- $\alpha(G) = \max\{\|S\| \mid S \text{ ist stabil in } G\}$ ,
- $\beta(G) = \min\{\|K\| \mid K \text{ ist eine Kantenüberdeckung in } G\}$ .



Geben Sie zudem an, ob  $G$  eine Eulerlinie, eine Eulertour, einen Hamiltonpfad oder einen Hamiltonkreis besitzt. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.