

Übungsblatt 5

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 18.–21. 11. 2008
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis zum 25. 11. 2008*

Aufgabe 32

mündlich

Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen weder unter Teilmengen- noch unter Obermengenbildung abgeschlossen ist.

Aufgabe 33

4 Punkte

Die folgenden Sprachen sind nicht regulär. Beweisen Sie dies, indem Sie jeweils unendlich viele bzgl. R_L paarweise nicht äquivalente Wörter angeben.

(a) $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$, *(mündlich)*

(b) $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m > 0\}$. *(4 Punkte)*

Aufgabe 34

mündlich

Sei L eine Sprache, die von einem DFA M mit m Zuständen erkannt wird. Zeigen Sie folgende Aussagen:

- (a) Ist L endlich, so enthält L nur Wörter der Länge $\leq m - 1$.
(b) Wenn es in L ein Wort w gibt, das 1^m als Teilwort enthält, dann gibt es für jede Zahl $k \geq 1$ ein Wort in L , das 1^k enthält.

Gelten diese Aussagen auch dann noch, wenn M ein NFA ist?

Aufgabe 35

10 Punkte

Eine **linksreguläre** Grammatik darf nur Regeln der Bauart $A \rightarrow a$, $A \rightarrow Ba$ oder $A \rightarrow \varepsilon$ enthalten. Der Begriff einer rechtsregulären Grammatik ist analog definiert, entspricht also dem in der Vorlesung definierten Typ einer regulären Grammatik.

Gegeben seien die beiden Grammatiken

$$G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow ababS, abab\}, S) \text{ und}$$
$$G_2 = (\{S, T\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, abT; T \rightarrow aT, abS, ab\}, S).$$

- (a) Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_1)$ an. *(mündlich)*
(b) Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_2)$ an. *(6 Punkte)*
(c) Zeigen Sie allgemein, dass eine Sprache genau dann von einer linksregulären Grammatik erzeugt wird, wenn es eine rechtsreguläre Grammatik für sie gibt. *(mündlich)*
(d) Lassen sich mit Grammatiken, die nur Produktionen der Form $A \rightarrow a$, $A \rightarrow Ba$, $A \rightarrow aB$ und $A \rightarrow \varepsilon$ enthalten, auch nicht-reguläre Sprachen erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort. *(4 Punkte)*

Aufgabe 36

6 Punkte

Finden Sie Grammatiken für die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$:

$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$, *(mündlich)*

$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{jeder zweite Buchstabe in } w \text{ ist ein } a\}$, *(mündlich)*

$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt soviele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$. *(6 Punkte)*

Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

Aufgabe 37

mündlich

Sei $A = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$.

- (a) Geben Sie alle Zerlegungen des Wortes $aaabb$ in Teilwörter uvw an, die für $\ell = 4$ alle drei Bedingungen in der Konklusion des Pumping-Lemmas erfüllen.
(b) Bestimmen Sie die Pumping-Zahl für A .

Aufgabe 38

10 Punkte

Sei B die Menge der Dezimaldarstellungen aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen.

- (a) Geben Sie alle Zerlegungen des Wortes 123456 in Teilwörter uvw an, die für $\ell = 4$ alle drei Bedingungen in der Konklusion des Pumping-Lemmas erfüllen. *(5 Punkte)*
(b) Bestimmen Sie die Pumping-Zahl für B . *(5 Punkte)*

Aufgabe 39

mündlich

Sei L eine beliebige Sprache über dem einelementigen Alphabet $\Sigma = \{0\}$. Zeigen Sie, dass L^* regulär ist.