Übungsblatt 7

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 18. Dezember 2008

Aufgabe 33 ***mündlich***

Für eine Sprache $A \subseteq (\Sigma \cup \{\#\})^*$ und eine Funktion $h : N \to \Sigma^*$ sei A/h die Sprache

$$A/h = \{x \in \Sigma^* \mid x\#h(|x|) \in A\}.$$

h wird auch **Advicefunktion** für A/h und $h(n)$ **Advice** für die Eingabelänge n genannt. Für eine Sprachklasse C enthalte C/poly alle Sprachen der Form A/h, wobei A eine beliebige Sprache in C und h eine beliebige Advicefunktion mit $|h(n)| \leq n^c + c$ für eine Konstante c ist.

Zeigen Sie, dass P/poly $= \mathsf{PSK} = \mathsf{LINTIME}$/poly gilt.

Aufgabe 34 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass das CirVal-Problem für Schaltkreise der Tiefe $d(n)$ in Platz $O(d(n))$ entscheidbar ist.

Aufgabe 35 Zeigen Sie: ***mündlich***

(a) Das Problem SubGI, für zwei Graphen G und H zu entscheiden, ob G isomorph zu einem Teilgraphen von H ist, ist NP-vollständig.
(b) Das Problem TAUT, für eine gegebene boolesche Formel F die Allgemeingültigkeit zu entscheiden, ist coNP-vollständig.
(c) Das Problem, für einen gegebenen gerichteten Graphen G zu entscheiden, ob er stark zusammenhängend ist, ist NL-vollständig.
(d) Das Independent Set Problem für bipartite Graphen liegt in P.
(e) Das Erfüllbarkeitsproblem für KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens zweimal vorkommt, liegt in P.
(f) Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, ist NP-vollständig.
(g) Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen alle Klauseln aus genau drei Literalen bestehen und in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, liegt in P
(h) Das Problem 3Coloring, für einen Graphen G zu entscheiden, ob er 3-färbbar ist, ist NP-vollständig.
Hinweis: Reduzieren Sie NaeSAT $\leq$ 3Coloring.

Aufgabe 36 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass QBF PSPACE,vollständig ist.

Aufgabe 37 ***10 Punkte***

(a) Sei E die Kantenrelation eines gerichteten Graphen G. Zeigen Sie, dass sich dann die reflexive transitive Hülle E^* von E durch $E^* = (E \cup Id)^{n-1}$ darstellen lässt.
(b) Reduzieren Sie Reach auf CirVal, indem Sie zu jedem gerichteten Graphen G mit n Knoten einen Schaltkreis c der Tiefe $O(\log^2 n)$ ohne Eingänge konstruieren mit $c = 1$ gdw. $G \in$ Reach.
(c) Zeigen Sie, dass Sprachen in $\mathsf{NSPACE}(s(n))$, $s(n) \geq \log n$, Schaltkreise der Tiefe $O(s(n)^2)$ und Größe $2^{O(s(n))}$ haben.