Übungsblatt 6

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 11. Dezember 2008

Aufgabe 28 ***mündlich***

Zeigen Sie:

(a) Die Klassen L, NL, P, NP, coNP, PSPACE, EXP und $\mathsf{EXPSPACE}$ sind unter $\leq_m^{log}$-Reduktionen abgeschlossen.
(b) Falls es eine NL-vollständige Menge in L gibt, dann ist $\mathsf{L} = \mathsf{NL}$.
(c) Falls es eine NP-vollständige Menge in coNP gibt, dann ist $\mathsf{NP} = \mathsf{coNP}$.

Aufgabe 29 ***mündlich***

Zwei Sprachen A und B heißen **äquivalent** ($A \equiv_m^{log} B$), falls $A \leq_m^{log} B$ und $B \leq_m^{log} A$ gilt. Der **Grad** $[A]$ einer Sprache A ist die Klasse aller Sprachen B, die äquivalent zu A sind.

(a) Zeigen Sie, dass $\equiv_m^{log}$ eine Äquivalenzrelation auf der Klasse aller Sprachen ist.
(b) Aus wie vielen verschiedenen Graden besteht die Klasse L?

Aufgabe 30 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass folgende Probleme NL-vollständig sind.

(a) Reach, (*Hinweis:* Betrachten Sie den Konfigurationsgraphen einer NL-Maschine.)
(b) 2-SAT. (*Hinweis:* Reduzieren Sie Reach auf $\overline{\text{2-SAT}}$.)

Aufgabe 31 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass jede von einer blinden DTM in Zeit $t(n)$ akzeptierte Sprache Schaltkreise der Größe $O(t(n))$ hat. *Bemerkung:* Es ist bekannt, dass jede Sprache in $\mathsf{DTIME}(t(n))$ von einer blinden DTM in Zeit $O(t(n) \log t(n))$ erkannt wird.

Aufgabe 32 ***10 Punkte***

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Eine Knotenmenge $D \subseteq V$ heißt **Dominating Set**, falls für jeden Knoten $v \notin D$ ein Knoten $u \in D$ mit $(u, v) \in E$ existiert. Das **Dominating Set Problem (DomSet)** ist wie folgt definiert:

Gegeben: Ein Digraph $G = (V, E)$ und eine Zahl k.

Gefragt: Hat G ein Dominating Set D der Größe $\|D\| \leq k$?

G heißt **Turniergraph**, falls für alle Knoten $u \neq v$ genau eine der beiden Kanten (u, v) und (v, u) vorhanden ist. Zeigen Sie:

(a) DomSet ist NP-vollständig. (*Hinweis:* Zeigen Sie 3-SAT $\leq$ NodeCover $\leq$ DomSet.)
(b) Ein Turniergraph mit n Knoten hat ein Dominating Set der Größe $\log n$.
(c) Falls das Dominating Set Problem für Turniergraphen NP-vollständig ist, dann gilt $\mathsf{NP} \subseteq \mathsf{DTIME}(n^{O(\log n)})$.