

Theoretische Informatik 2

8. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 11.-14. Dezember
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 18. Dezember

Aufgabe 48 [mündlich]

Eine *Permutation* eines Wortes entsteht durch beliebige Umordnung der Buchstaben des Wortes. Zeigen Sie, dass CFL nicht unter folgenden Operationen abgeschlossen ist:

- $perm(L) = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ ist eine Permutation eines Wortes } v \in L\}$.
Hinweis: Benutzen Sie den Abschluss von CFL unter Schnitt mit regulären Sprachen (siehe Aufgabe 38).
- $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ (*symmetrische Differenz von A und B*).

Aufgabe 49 [mündlich]

Eine Sprache L hat die *Präfix-Eigenschaft*, falls kein Wort in L ein echtes Präfix eines anderen Wortes in L ist. Zeigen Sie:

- Genau die kontextfreien Sprachen werden von einem PDA durch Endzustand akzeptiert.
- Genau die deterministisch kontextfreien Sprachen mit Präfix-Eigenschaft werden von einem DPDA durch Leeren des Kellers akzeptiert.
- $DCFL \subseteq CFL$.

Aufgabe 50 [mündlich]

Geben Sie einen PDA für das Komplement von $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ an (d.h. $\bar{L} \in CFL - DCFL$).

Aufgabe 51 [mündlich]

Geben Sie kontextfreie Grammatiken für $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ und \bar{L} an, d.h. $L \in CFL \cap \text{co-CFL}$. (Bemerkung: L ist aber nicht in DCFL.)

Aufgabe 52 Für eine Sprache L sei [mündlich]

$$\min(L) = \{x \in L \mid \text{kein echtes Anfangsstück von } x \text{ ist in } L\}.$$

Zeigen Sie, dass die Klasse DCFL unter dem *min*-Operator abgeschlossen ist, d.h. für $L \in DCFL$ folgt auch $\min(L) \in DCFL$.

Aufgabe 53 [mündlich]

Betrachten Sie den PDA $M = (\{q, q', p\}, \{a, b\}, \{A, \#\}, \delta, q, \#)$ mit

$$\begin{aligned} \delta : qa\# &\rightarrow qA\#, & q'bA &\rightarrow q', \\ qaA &\rightarrow qAA, & q'\epsilon\# &\rightarrow p, \\ qbA &\rightarrow q'. \end{aligned}$$

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an.
- Ist $M' = (\{q, q', p\}, \{a, b\}, \{A, \#\}, \delta, q, \#, \{p\})$ ein DPDA? Begründen Sie.
- Transformieren Sie M' mit dem Verfahren aus der Vorlesung in einen DPDA \bar{M}' für das Komplement von $L(M')$.

Aufgabe 54 [4 Punkte]

Zeigen Sie, dass DCFL nicht unter Sternhüllenbildung abgeschlossen ist.
Hinweis: Orientieren Sie sich an dem in der Vorlesung geführten Beweis, dass DCFL nicht unter Produktbildung abgeschlossen ist (da zwar die beiden in der Vorlesung definierten Sprachen L_0^* und L in DCFL sind, nicht aber L_0^*L), und betrachten Sie anstelle von L_0^*L die Sprache $(L_0 \cup L)^*$.

Aufgabe 55 [6 Punkte]

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Begründen Sie Ihre Antwort.

- $L_1 = \{a^n b^m \mid n \leq m \leq 2n\}$,
- $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$,
- $L_3 = \{baba^2ba^3b \cdots ba^{n-1}ba^n b \mid n \geq 1\}$.