

Theoretische Informatik 2

7. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 4.-7. Dezember
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 11. Dezember

Aufgabe 41 [mündlich]

Welche Sprachen können von PDAs erkannt werden, die Überfunktionsfunktionen der Form $\delta: Z \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*)$ haben?

Aufgabe 42 [mündlich]

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB$$

und sei $w = aaabbabbba$.

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an.
- Zeigen Sie $w \in L(G)$, indem Sie eine Links- und eine Rechtsableitung sowie einen Ableitungsbaum für w angeben.
- Ist G mehrdeutig?

Aufgabe 43 [mündlich]

Ein EPDA (extended PDA) ist ein 6-Tupel $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$. Dabei haben Z, Σ, Γ und q_0 die gleiche Funktion wie bei einem PDA und $E \subseteq Z$ ist eine Menge von Endzuständen. Die Überfunktionsfunktion hat die Form

$$\delta: Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \rightarrow \mathcal{P}_e(Z \times \Gamma^*),$$

wobei $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$ endlich ist. Analog zum PDA überführt eine Anweisung $qu\alpha \rightarrow p\gamma$ die Konfiguration $(q, uv, \alpha\beta)$ in die Folgekonfiguration $(p, v, \gamma\beta)$ (in Zeichen: $(q, uv, \alpha\beta) \vdash (p, v, \gamma\beta)$). Das Kelleranfangszeichen entfällt. Die von M akzeptierte Sprache ist

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}.$$

- Zeigen Sie, dass $\{L(M) \mid M \text{ ist ein EPDA}\} = \text{CFL}$ ist.
- Zeigen Sie, dass ohne die Bedingung „ $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$ ist endlich“ jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ von einem EPDA erkannt wird.

Aufgabe 44 Betrachten Sie die Sprache [mündlich]

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}.$$

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für L an.
- Wandeln Sie G in eine CNF-Grammatik G' um.
- Weisen Sie mit dem CYK-Algorithmus nach, dass das Wort $baaba \in L$ von Ihrer Grammatik G' erzeugt wird.

Aufgabe 45 Zeigen Sie mittels der Sprache [mündlich]

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.

Aufgabe 46 [5 Punkte]

Betrachten Sie den PDA $M = (\{q, p\}, \{a, b, c\}, \{A, B, \#\}, \delta, q, \#)$ mit

$$\begin{array}{llll} \delta : q\epsilon\# \rightarrow q, & (1) & qa\# \rightarrow qA\#, & (2) & qaA \rightarrow qAA, & (3) \\ & & qbA \rightarrow p, & (4) & p\epsilon\# \rightarrow q, & (5) & pbA \rightarrow p, & (6) \\ & & pb\# \rightarrow pB\#, & (7) & pbB \rightarrow pBB, & (8) & pcB \rightarrow q, & (9) \\ & & qcB \rightarrow q. & (10) & & & & \end{array}$$

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an.
- Konstruieren Sie ausgehend von M eine kontextfreie Grammatik G für L . Benutzen Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 47 [5 Punkte]

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, L, R\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und $P: S \rightarrow LR, SS, a; L \rightarrow a; R \rightarrow SR, b$.

- Geben Sie alle Satzformen α von G der Länge $|\alpha| \leq 3$ an.
- Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um die Zugehörigkeit von $aaaabb = a^4b^2$ zu $L(G)$ zu testen.