INSTITUT FÜR INFORMATIK
KOMPLEXITÄT UND KRYPTOGRAFIE
PROF. DR. JOHANNES KÖBLER

WS 2007/08
6. NOVEMBER 2007

Theoretische Informatik 2

4. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 13.-16. November
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 20. November

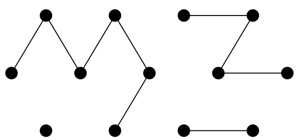
Aufgabe 20 [*mündlich*]

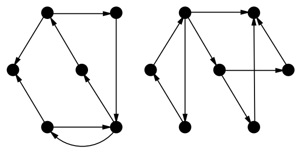
Sei R eine binäre Relation. Beschreiben Sie $h_{äq}(R)$ durch eine Kombination der Operatoren $h_{refl}(\cdot)$, $h_{sym}(\cdot)$, $(\cdot)^+$ und $(\cdot)^*$, wobei sie nicht alle Operatoren verwenden müssen. Begründen Sie.

Aufgabe 21 [*mündlich*]

Ein (gerichteter) Graph $G = (V, E)$ heißt *(stark) zusammenhängend*, wenn jeder Knoten y von jedem Knoten x aus über einen Weg in G erreichbar ist. Die bzgl. Teilgraphenordnung maximalen (stark) zusammenhängenden Teilgraphen von G bezeichnen wir als die *(starken) Zusammenhangskomponenten* von G. Dabei heißt ein (gerichteter) Graph $G' = (V', E')$ *Teilgraph* von $G = (V, E)$, falls $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E'$ gilt.

a) Geben Sie die (starken) Zusammenhangskomponenten folgender Graphen an.





b) Betrachten Sie die Relationen Z und S, wobei xZy (xSy) genau dann gilt, wenn x und y in derselben (starken) Zusammenhangskomponente liegen. Wie lassen sich Z und S durch die Kantenrelation E ausdrücken? Begründen Sie.

c) Lösen Sie a) und b) für den *schwachen Zusammenhang*. Überlegen Sie sich zunächst eine formale Definition für diesen Begriff.

Aufgabe 22 [*mündlich*]

Ein Graph G heißt *selbstkomplementär*, wenn er zu seinem *Komplementärgraphen* $\overline{G}$ isomorph ist. (In $\overline{G}$ werden genau die Knoten $x \neq y$ durch eine Kante verbunden, die in G nicht verbunden sind.) Zeigen Sie, dass ein selbstkomplementärer Graph zusammenhängend ist. Wieviele nicht-isomorphe selbstkomplementäre Graphen mit $n \leq 7$ Knoten gibt es? Geben Sie diese an. Finden Sie möglichst viele solche Graphen mit 8 Knoten.

Aufgabe 23 Betrachten Sie die Relation [*mündlich*]

$$R = \{(0,1),(0,2),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5)\}^*$$

auf der Menge $A = \{0,1,2,3,4,5\}$.

a) Begründen Sie, dass R eine Ordnung ist und zeichnen Sie das zugehörige Hasse-Diagramm.

b) Geben Sie die maximalen, minimalen, größten und kleinsten Elemente von A an.

c) Welche Teilmengen von A besitzen kein Supremum bzw. Infimum?

Aufgabe 24 Sei $\Sigma = \{0,1\}$ und $k \geq 1$. [*mündlich*]

a) Bestimmen Sie einen minimalen DFA für die Sprache

$$L_k = \{x = x_1 \ldots x_n \in \Sigma^* \mid n \geq k, x_k = 1\}.$$

b) Bestimmen Sie die minimale Anzahl von Zuständen eines DFA für die gespiegelte Sprache L_k^R.

c) Geben Sie einen NFA für L_k^R mit höchstens $k+1$ Zuständen an.

Aufgabe 25 [*10 Punkte*]

Minimieren Sie den folgenden Automaten mit dem Verfahren aus der Vorlesung.