

Theoretische Informatik 2

10. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 8.-11. Januar
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 15. Januar

Aufgabe 64 [mündlich]

Eine kontextfreie Sprache L heißt (*inhärent*) *mehrdeutig*, falls jede kontextfreie Grammatik für L mehrdeutig ist. Wir nennen L *eindeutig*, wenn L nicht mehrdeutig ist. Zeigen Sie:

- Es gibt eindeutige Sprachen in CFL – DCFL. *Hinweis*: Betrachten Sie die Sprache $L_3L_0 \cup L_4$ (wobei L_0 , L_3 und L_4 die in der Vorlesung definierten Sprachen sind).
- Jede deterministisch kontextfreie Sprache $L \in$ DCFL ist eindeutig. *Hinweis*: Überlegen Sie sich, dass $L\{\$\}$ die Präfixeigenschaft hat, und konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung eine eindeutige kontextfreie Grammatik für $L\{\$\}$ und daraus eine für L .

Bemerkung: Man kann zeigen, dass die Sprache $\{a^i b^j c^k \mid i=j \text{ oder } j=k\}$ inhärent mehrdeutig ist, d.h. die eindeutigen kontextfreien Sprachen liegen echt zwischen DCFL und CFL.

Aufgabe 65 Zeigen Sie: [mündlich]

Ein DPDA M , der alle Eingaben zu Ende liest, macht bei jeder Eingabe x höchstens $O(|x|)$ Rechenschritte.

Aufgabe 66 [mündlich]

Zeigen Sie, dass folgende in der Vorlesung definierten Problemstellungen entscheidbar sind:

- Das *Schnittproblem* für DFAs.
- Das *Äquivalenzproblem* für NFAs.

c) Das *Leerheitsproblem* für PDAs.

Aufgabe 67 [mündlich]

Zeigen Sie, dass CFL eine echte Teilklasse von DCSL ist.
(Bemerkung: Ob auch die Inklusion $\text{DCSL} \subseteq \text{CSL}$ echt ist, ist bis heute ungelöst; diese Frage ist als *LBA-Problem* bekannt.)

Aufgabe 68 [mündlich]

Für eine Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ bezeichne T_m^n die Menge der Satzformen bis zur Länge n , die sich in höchstens m Schritten aus dem Startsymbol S ableiten lassen.

- Geben Sie die Mengen T_m^6 , $m \geq 0$, für die Typ-1 Grammatik $G = (\{A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, A)$ mit folgenden Regeln an:
$$P: A \rightarrow BabC, (1) \quad Ba \rightarrow Cba, aBa, (2, 3) \quad bCBa \rightarrow aCb, (4)$$
$$C \rightarrow b, (5, 6) \quad bC \rightarrow BbCa, bCb. (7)$$
- Zeigen Sie, dass das Wortproblem für kontextsensitive Grammatiken entscheidbar ist.

Aufgabe 69 Zeigen Sie: [4 Punkte]

- DCSL und CSL sind unter Vereinigung, Durchschnitt, Produkt und Sternhülle abgeschlossen. (mündlich)
- DCSL ist unter Komplement abgeschlossen. (Bemerkung: Auch CSL ist unter Komplement abgeschlossen.) (2 Punkte)
- CFL ist unter Spiegelung abgeschlossen, aber nicht DCFL. (2 Punkte)

Aufgabe 70 [6 Punkte]

Lokalisieren Sie folgende Sprachen möglichst exakt innerhalb der Chomsky-Hierarchie (inklusive DCFL und DCSL). Begründen Sie.

- $L_1 = \{(ab)^n a^m b^n \mid n, m \geq 1\}$,
- $L_2 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \leq |y|\}$,
- $L_3 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |y| \leq |x|\}$.