

## Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

**Aufg. 20)** (Extrema exponentialverteilter Zufallsvariablen)

$n$  unabhängige Jobs werden zur Bearbeitung in einem Parallelerrechner auf  $n$  freie Knoten verteilt, wobei die Bearbeitungszeit  $T_i$  von Job  $i$  als exponentialverteilt,  $T_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$ , angenommen wird.

- a) (1 P.) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der gesamten Bearbeitungszeit  $X = \max\{T_1, \dots, T_n\}$ , wenn die Bearbeitung beendet wird, sobald *alle* Jobs vollständig bearbeitet wurden.
- b) (1 P.) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der gesamten Bearbeitungszeit  $Y = \min\{T_1, \dots, T_n\}$ , wenn die Bearbeitung beendet wird, sobald *ein* Job vollständig bearbeitet wurde.
- c) (1 P.) Wie groß ist die mittlere Bearbeitungszeit  $\mathbf{E}(Y)$ ?
- d) (2 P.) Wie groß ist die mittlere Bearbeitungszeit  $\mathbf{E}(X)$  im Spezialfall  $\lambda_1 = \dots = \lambda_n$ ?
- e) (1 P.) Es sei  $n = 5$  und die mittlere Bearbeitungszeit pro Job  $20(\text{ms})$ . Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt die Gesamtzeit  $X$  (bzw.  $Y$ ) unter  $15(\text{ms})$ ?

**Aufg. 21)** Eine Maschine produziert Schrauben so, daß die Länge  $X$  der Schrauben  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , wobei  $\mu = 70\text{mm}$  und  $\sigma = 2\text{mm}$ .

- a) (2 P.) Wieviel Prozent der Schrauben sind kürzer als  $69\text{mm}$ , wieviel Prozent der Schrauben sind länger als  $73\text{mm}$ ?
- b) (2 P.) Wie groß müßte  $\mu$  bei gleichem  $\sigma$  sein, damit nur  $10\%$  der Schrauben kürzer als  $70\text{mm}$  sind?

**Aufg. 22)** (+3 P.)

Seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängige, identisch verteilte (stetige) Zufallsvariablen und

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

Zeigen Sie:

$$\mathbf{E}(s_n^2) = V(X_1) = \sigma^2$$