

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 17) (2 P.) (Geometrische Verteilung)

Seien X_1, \dots, X_n unabhängige, identisch geometrisch verteilte Zufallsvariablen mit Parameter $p \in (0, 1)$, d.h.

$$P(X_i = k) = p(1 - p)^{k-1}, \quad k \in \mathbf{N}, \quad i = 1, \dots, n, \quad q = 1 - p$$

Zeigen Sie, daß das Minimum $\min(X_1, \dots, X_n)$ wiederum geometrisch verteilt ist. Geben Sie den Parameter an!

Aufg. 18) (Varianzen)

Berechnen Sie die Varianzen bei folgenden Verteilungen

- a) (2 P.) Binomialverteilung, $X \sim Bi(n, p)$.
- b) (2 P.) Geometrischer Verteilung, $X \sim Geo(p)$.
- c) (1 P.) Exponentialverteilung, $X \sim Exp(\lambda)$.

Aufg. 19) (3 P.) (Mittelwerte von unabhängigen, identisch verteilten Zufallsvariablen)

Seien X_1, \dots, X_n unabhängige, identisch verteilte (stetige) Zufallsvariablen. Sei

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot (X_1 + \dots + X_n)$$

Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von \bar{X} , wenn die

- a) X_i auf $(0,1)$ gleichverteilt sind, $X_i \sim R(0, 1)$
- b) X_i exponentialverteilt sind, $X_i \sim E(\lambda)$
- c) X_i normalverteilt sind, $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$