

Übungsblatt 6

Aufgabe 21 Seien $f, g, t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ echte Komplexitätsfunktionen mit $t(n) \geq n$. Für eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ sei die Sprache A_t definiert durch

$$A_t = \{x\#^{t(|x|)-|x|} \mid x \in A\}.$$

a) Zeigen Sie die Äquivalenz

$$A \in \text{DTIME}(f(t(n))) \Leftrightarrow A_t \in \text{DTIME}(f(n)).$$

b) Zeigen Sie die Implikation

$$\text{DTIME}(f(n)) = \text{DTIME}(g(n)) \Rightarrow \text{DTIME}(f(t(n))) = \text{DTIME}(g(t(n))).$$

c) Zeigen Sie für $j, k \geq 1$ und $a > 0$ die Implikationen

$$\begin{aligned} \text{DTIME}(n^k) = \text{DTIME}(n^k \log^a n) &\Rightarrow \text{DTIME}(2^n) = \text{DTIME}(2^n n^a), \\ \text{DTIME}(2^n) = \text{DTIME}(2^n n^a) &\Rightarrow \text{DTIME}(2^{2^n + j a n}) = \text{DTIME}(2^{2^n + (j+1) a n}), \\ \text{DTIME}(2^n) = \text{DTIME}(2^n n^a) &\Rightarrow \text{DTIME}(2^{2^n}) = \text{DTIME}(2^{2^n + (a+1)n}). \end{aligned}$$

d) Schließen Sie hieraus $\text{DTIME}(n^k) \subsetneq \text{DTIME}(n^k \log^a n)$ für $k \geq 1$ und $a > 0$.

Aufgabe 22 Zeigen Sie, dass aus $E = NE$ folgt, dass $\text{EXP} = \text{NEXP}$ ist.

Aufgabe 23 Zeigen Sie, dass die \leq_m^L -Reduzierbarkeit reflexiv und transitiv ist.

Aufgabe 24 (schriftlich, 10 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Komplexitätsklassen NP und E verschieden sind. Betrachten Sie hierzu die Sprache

$$K := \{\langle M, x, 1^t \rangle \mid \text{die DTM } M \text{ akzeptiert } x \in \{0, 1\}^* \text{ in } \leq 2^t \text{ Schritten}\}$$

und zeigen Sie:

a) K ist E-vollständig.

b) Eine Sprache ist genau dann E-hart, wenn sie EXP-hart ist.

c) E ist nicht unter \leq_m^L abgeschlossen.