Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 06/07

*Johannes Köbler*

# Übungsblatt 1

**Aufgabe 1** (schriftlich, 10 Punkte)

Zur Erinnerung: Für zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ schreiben wir $f(n) \in O(g(n))$, falls es Konstanten $c$ und $n_0$ gibt, so dass für alle $n \geq n_0$ gilt: $f(n) \leq c \cdot g(n)$. Wir schreiben $f(n) \in \Omega(g(n))$, falls umgekehrt $g(n) \in O(f(n))$. Schließlich ist $f(n) \in \Theta(g(n))$, falls sowohl $f(n) \in O(g(n))$ als auch $f(n) \in \Omega(g(n))$ gilt. Betrachten Sie jeweils zwei der folgenden Funktionen, und bestimmen Sie, ob (i) $f(n) \in O(g(n))$, (ii) $f(n) \in \Omega(g(n))$, oder ob (iii) $f(n) \in \Theta(g(n))$ gilt:

| | | |
|---|---|---|
| (a) $n^2$ | (b) $n^3$ | (c) $n^2 \log n$ |
| (d) $2^n$ | (e) $n^n$ | (f) $n^{\log n}$ |
| (g) $2^{2^n}$ | (h) $2^{2^{n+1}}$ | (j) $n^2$, falls $n$ gerade ist, $2^n$ sonst |

**Aufgabe 2**

Betrachten Sie eine Turingmaschine, die ein *zweidimensinales* Band zur Verfügung hat. Der Schreib-Lesekopf kann sich also auch nach oben und unten bewegen.

a) Beschreiben Sie die Überführungsfunktion.

b) Zeigen Sie, wie eine solche Turingmaschine durch eine $k$-TM simuliert werden kann.

**Aufgabe 3**

Eine Turingmaschine heißt **blind** (engl. oblivious: vergesslich, blind) falls die Kopfposition zu jedem Zeitpunkt $t$ der Berechnung nur von der Länge der Eingabe $|x|$ (und natürlich auch $t$), nicht aber von der Eingabe $x$ selbst abhängt. Zeigen Sie, dass jede Turingmaschine von einer blinden Turingmaschine simuliert werden kann.

**Literatur:**

S. Arora, B. Barak. *Computational Complexity: A Modern Approach.* Erscheint 2007. Online unter http://www.cs.princeton.edu/theory/complexity.

J. Balcázar, J. Diaz, J. Gabarró. *Structural Complexity I+II,* Springer, 1995.

C. Papadimitriou, *Computational Complexity*, Addison-Wesley, 1994