

# Einführung in die Kryptologie

Johannes Köbler



Institut für Informatik  
Humboldt-Universität zu Berlin

SS 2022

- Produktchiffren erhält man durch die sequentielle Anwendung mehrerer Verschlüsselungsverfahren
- Sie können extrem schwer zu brechen sein, auch wenn die einzelnen Komponenten leicht zu brechen sind

## Definition

- Seien  $KS_i = (M_i, C_i, E_i, D_i, K_i, S_i)$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , Kryptosysteme mit  $C_1 = M_2$
- Dann ist das **Produktkryptosystem**  $KS_1 \times KS_2$  von  $KS_1$  und  $KS_2$  definiert als  $(M_1, C_2, E, D, K_1 \times K_2, S)$  mit  $S = (S_1, S_2)$  und
$$E(k_1, k_2; x) = E_2(k_2, E_1(k_1, x)) \text{ sowie } D(k_1, k_2; y) = D_1(k_1, D_2(k_2, y))$$
für alle  $x \in M_1$ ,  $y \in C_2$  und  $(k_1, k_2) \in K_1 \times K_2$
- Der Schlüsselraum von  $KS_1 \times KS_2$  umfasst also alle Schlüsselpaare  $(k_1, k_2) \in K_1 \times K_2$ , wobei wir voraussetzen, dass die beiden Schlüssel unabhängig gewählt werden (d.h. es gilt  $p(k_1, k_2) = p(k_1)p(k_2)$ )

## Beispiel

- Bilden wir das Produkt  $KS = KS^* \times KS^+$  der
  - multiplikativen Chiffre  $KS^* = (M, C, \mathbb{Z}_m^*, E^*, D^*)$  mit  $M = C = \mathcal{A} = \{a_0, \dots, a_{m-1}\}$  und der
  - additiven Chiffre  $KS^+ = (M, C, \mathbb{Z}_m, E^+, D^+)$ ,

so gilt für jeden Schlüssel  $(k_1, k_2) \in K = \mathbb{Z}_m^* \times \mathbb{Z}_m$ :

$$E(k_1, k_2; x) = E^+(k_2, E^*(k_1, x)) = k_1x + k_2$$

- Dies bedeutet, dass das Produkt  $KS^* \times KS^+ = (M, C, K, E, D)$  der multiplikativen und additiven Chiffre die affine Chiffre ist
- Welche Chiffre erhalten wir, wenn wir das Produkt  $KS^+ \times KS^*$  der additiven und der multiplikativen Chiffre bilden?

## Beispiel (Fortsetzung)

- Das Produkt  $KS^+ \times KS^*$  ist das Kryptosystem  $KS' = (M, C, K', E', D')$ , in dem für jeden Schlüssel  $(k_2, k_1) \in K' = \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_m^*$  gilt:

$$E'(k_2, k_1; x) = k_1(x + k_2) = k_1x + k_1k_2 = E(k_1, k_1k_2; x)$$

- Die Abbildung  $(k_2, k_1) \mapsto (k_1, k_1k_2)$  ist also eine Bijektion zwischen den Schlüsselräumen  $\mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_m^*$  und  $\mathbb{Z}_m^* \times \mathbb{Z}_m$ , die jeden Schlüssel  $(k_2, k_1) \in \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_m^*$  auf einen Schlüssel  $(k_1, k_1k_2) \in \mathbb{Z}_m^* \times \mathbb{Z}_m$  mit  $E_{(k_1, k_1k_2)} = E'_{(k_2, k_1)}$  abbildet
- Somit können wir auch jeden Schlüsselgenerator  $\mathcal{S}$  für  $KS^* \times KS^+$  in einen Generator  $\mathcal{S}'$  für  $KS^+ \times KS^*$  transformieren (und  $\mathcal{S}'$  auch wieder zurück in  $\mathcal{S}$ ), so dass  $\mathcal{S}'$  in  $KS^+ \times KS^*$  jede Chiffrierfunktion mit der gleichen Wahrscheinlichkeit erzeugt wie  $\mathcal{S}$  in  $KS^* \times KS^+$
- Daher können die beiden Kryptosysteme  $KS^* \times KS^+$  und  $KS^+ \times KS^*$  als gleich (oder besser **äquivalent**, siehe Übungen) angesehen werden, d.h. die beiden Kryptosysteme  $KS^*$  und  $KS^+$  kommutieren

## Definition

- Ein Kryptosystem  $KS = (M, C, K, D, E)$  mit  $M = C$  heißt **endomorph**
- Ein endomorphes Kryptosystem  $KS$  heißt **idempotent**, falls  $KS \times KS$  äquivalent zu  $KS$  ist (in Zeichen:  $KS \times KS = KS$ )

## Beispiel

- Eine leichte Rechnung zeigt, dass
  - die additive Chiffre,
  - die multiplikative Chiffre und
  - die affine Chiffreidempotent sind
- Dies trifft auch auf
  - die Blocktransposition sowie
  - die Vigenère- und Hill-Chiffrezu (siehe Übungen)

- Will man durch mehrmalige Anwendung (Iteration) derselben Chiffre eine höhere Sicherheit erreichen, so darf diese nicht idempotent sein
- Man kann versuchen, durch sequentielle Ausführung zweier idempotenter Systeme  $KS_1$  und  $KS_2$  ein System  $KS = KS_1 \times KS_2$  zu erhalten, das nicht idempotent ist
- Da  $KS$  im Fall  $KS_1 \times KS_2 = KS_2 \times KS_1$  wegen

$$\begin{aligned}KS \times KS &= (KS_1 \times KS_2) \times (KS_1 \times KS_2) \\&= KS_1 \times (KS_2 \times KS_1) \times KS_2 \\&= KS_1 \times (KS_1 \times KS_2) \times KS_2 \\&= (KS_1 \times KS_1) \times (KS_2 \times KS_2) \\&= KS_1 \times KS_2 \\&= KS\end{aligned}$$

idempotent ist, dürfen hierbei  $KS_1$  und  $KS_2$  jedoch nicht kommutieren

- Im Folgenden betrachten wir Blockchiffren über dem Binäralphabet  $A = \{0, 1\}$  und auch der Schlüsselraum wird von der Form  $\{0, 1\}^k$  sein
- Die Schlüssellänge bezeichnen wir bis auf weiteres mit  $k$  und einzelne Schlüssel eines Kryptosystems mit  $K$
- Eine **iterierte Blockchiffre** wird durch eine **Rundenfunktion** (round function)  $g$  und einen **Key-Schedule Algorithmus**  $f$  beschrieben
- Ist  $N$  die Rundenzahl, so erzeugt  $f$  bei Eingabe eines Schlüssels  $K$  eine Folge  $f(K) = (K^1, \dots, K^N)$  von  $N$  **Rundenschlüsseln**  $K^i$  für  $g$

- Mit diesen wird ein Klartext  $x = w^0$  durch  $N$ -malige Anwendung der Rundenfunktion  $g$  zu einem Kryptotext  $y = w^N$  verschlüsselt:

$$w^1 := g(K^1, w^0)$$

$$\vdots$$

$$w^N := g(K^N, w^{N-1})$$

- Um  $y$  wieder zu entschlüsseln, muss die inverse Rundenfunktion  $g^{-1}$  mit umgekehrter Rundenschlüssel­folge  $K^N, \dots, K^1$  benutzt werden:

$$w^{N-1} := g^{-1}(K^N, w^N)$$

$$\vdots$$

$$w^0 := g^{-1}(K^1, w^1)$$

- Beispiele für iterierte Chiffren sind der aus 16 Runden bestehende **DES**-Algorithmus und der **AES** mit einer variablen Rundenzahl  $N \in \{10, 12, 14\}$ , die wir später behandeln werden



- Als Basisbausteine für die Rundenfunktion von iterierten Blockchiffren eignen sich Substitutionen und Transpositionen besonders gut
- Aus Effizienzgründen sollten die Substitutionen nur eine relativ kleine Blocklänge  $\ell$  haben

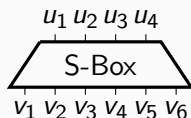
## Definition

- Für ein Wort  $u = u_1 \cdots u_n \in \{0, 1\}^n$  und Indizes  $1 \leq i \leq j \leq n$  bezeichne  $u[i, j]$  das **Teilwort**  $u_i \cdots u_j$  von  $u$
- Im Fall  $n = m \cdot l$  bezeichnen wir das Teilwort  $u[(i-1)l + 1, il]$  auch einfach mit  $u_{(i)}$ , d.h. es gilt  $u = u_{(1)} \cdots u_{(m)}$ , wobei  $|u_{(i)}| = l$  ist

- Sei  $\sigma_S : \{0, 1\}^l \rightarrow \{0, 1\}^{l'}$  eine Substitution, die Binärblöcke  $u$  der Länge  $l$  in Blöcke  $v = \sigma_S(u)$  der Länge  $l'$  überführt (auch **S-Box**  $S$  genannt)
- Für  $\sigma_S(u)$  schreiben wir auch einfach  $S(u)$
- Durch parallele Anwendung von  $m$  Kopien der S-Box  $S$  erhalten wir die Substitution  $\sigma_{mS} : \{0, 1\}^{ml} \rightarrow \{0, 1\}^{ml'}$  mit

$$\sigma_{mS}(u_1 \cdots u_{ml}) = \sigma_S(u_{(1)}) \cdots \sigma_S(u_{(m)})$$

- Auch hier schreiben wir für  $\sigma_{mS}(u_1 \cdots u_{ml})$  auch einfach  $S(u_1 \cdots u_{ml})$
- Für die Speicherung einer S-Box  $S$  mit  $\sigma_S : \{0, 1\}^l \rightarrow \{0, 1\}^{l'}$  auf einem Chip werden  $l' \cdot 2^l$  Bit Speicherplatz benötigt (im Fall  $l = l'$  also  $l2^l$  Bit)
- Für  $l = l' = 16$  wären dies beispielsweise  $2^{20}$  Bit, was Smartcard-Anwendungen bereits ausschließen würde
- Für eine Transposition  $P$  auf  $\{0, 1\}^\ell$  bezeichnen wir die zugehörige Permutation auf  $[\ell]$  mit  $\pi_P$  oder einfach mit  $\pi$ , falls  $P$  aus dem Kontext bekannt ist, d.h.  $P(u_1 \cdots u_\ell) = u_{\pi(1)} \cdots u_{\pi(\ell)}$



## Definition

- Für natürliche Zahlen  $m, l \geq 1$  sei  $M = C = \{0, 1\}^\ell$  mit  $\ell = ml$
- Ein **Substitutions-Permutations-Netzwerk (SPN)** wird durch eine S-Box  $S$ , eine Blocktransposition  $P$  mit Blocklänge  $\ell = ml$  und durch eine Funktion  $f : \{0, 1\}^k \rightarrow \{0, 1\}^{\ell(N+1)}$  beschrieben
- Hierbei realisiert die S-Box  $S$  eine Permutation  $\sigma_S$  auf  $\{0, 1\}^l$  und  $N$  ist die **Rundenzahl** des SPN
- Die Funktion  $f$  transformiert einen (externen) Schlüssel  $K \in \{0, 1\}^k$  in ein **Key-Schedule**  $f(K) = (K^1, \dots, K^{N+1})$  von  $N + 1$  **Rundenschlüsseln**
- Unter ihnen wird ein Klartext  $x \in \{0, 1\}^\ell$  durch folgenden Chiffrieralgorithmus in einen Kryptotext  $y = E_{f,S,P}(K, x) \in \{0, 1\}^\ell$  überführt:

```

1   $w^0 := x$ 
2  for  $r := 1$  to  $N - 1$  do
3       $u^r := w^{r-1} \oplus K^r$ 
4       $v^r := \sigma_{mS}(u^r)$ 

```

```

5       $w^r := P(v^r)$ 
6       $u^N := w^{N-1} \oplus K^N$ 
7       $v^N := \sigma_{mS}(u^N)$ 
8       $y := v^N \oplus K^{N+1}$ 

```

## Die Chiffrierfunktion $E_{f,S,P}(K, x)$

- Zu Beginn jeder Runde  $r \in \{1, \dots, N\}$  wird  $w^{r-1}$  zuerst einer XOR-Operation mit dem Rundenschlüssel  $K^r$  unterworfen (**round key mixing**) und das Resultat  $u^r$  den S-Boxen zugeführt
- Auf die Ausgabe  $v^r$  der S-Boxen wird in jeder Runde  $r \leq N-1$  die Transposition  $P$  angewendet, was die Eingabe  $w^r$  für die nächste Runde  $r+1$  liefert
- Am Ende der letzten Runde  $r = N$  wird nicht die Transposition  $P$  angewandt, sondern der Rundenschlüssel  $K^{N+1}$  auf  $v^N$  addiert
- Dies wird **whitening** genannt und bewirkt, dass auch für den letzten Chiffrierschritt der Schlüssel benötigt und somit der Gegner an einer partiellen Entschlüsselung des Kryptotexts gehindert wird
- Zudem wird dadurch eine (legale) Entschlüsselung nach fast demselben Verfahren ermöglicht (siehe Übungen)

```

1   $w^0 := x$ 
2  for  $r := 1$  to  $N - 1$  do
3       $u^r := w^{r-1} \oplus K^r$ 
4       $v^r := S(u^r)$ 
5       $w^r := P(v^r)$ 
6   $u^N := w^{N-1} \oplus K^N$ 
7   $v^N := S(u^N)$ 
8   $y := v^N \oplus K^{N+1}$ 

```

- Die S-Boxen sorgen dafür, dass jedes einzelne Bit des Kryptotextes  $y$  von mehreren Bits des Klartextes und des Schlüssels abhängt
- Wichtig ist hierbei, dass die Abhängigkeit möglichst komplex ist (also z.B. nicht linear)
- Dadurch werden Angriffe erschwert, die versuchen, Rückschlüsse vom Kryptotext auf den Schlüssel oder Klartext zu ziehen (Shannon nannte diese Eigenschaft **Konfusion**)
- Die Transpositionen über den gesamten Block sorgen dafür, dass sich eine Änderung von einzelnen Bits des Klartextes oder des Schlüssels potentiell auf jedes Kryptotextbit auswirken kann (von Shannon als **Diffusion** bezeichnet)
- Idealerweise wird hierdurch erreicht, dass sich bei Änderung eines einzelnen Eingabe- oder Schlüsselbits jedes Ausgabebit mit Wahrscheinlichkeit  $1/2$  ändert

## Beispiel

- Wir betrachten ein SPN  $SP$  mit Parametern  $l = m = N = 4$  und  $k = 32$
- Für  $f$  wählen wir die Funktion  $f(K) = (K^1, \dots, K^5)$  mit  $K^r = K[4(r-1) + 1, 4(r-1) + 16]$
- Weiter seien  $\sigma_S : \{0, 1\}^4 \rightarrow \{0, 1\}^4$  und  $\sigma_P : \{1, \dots, 16\} \rightarrow \{1, \dots, 16\}$  die folgenden Permutationen:

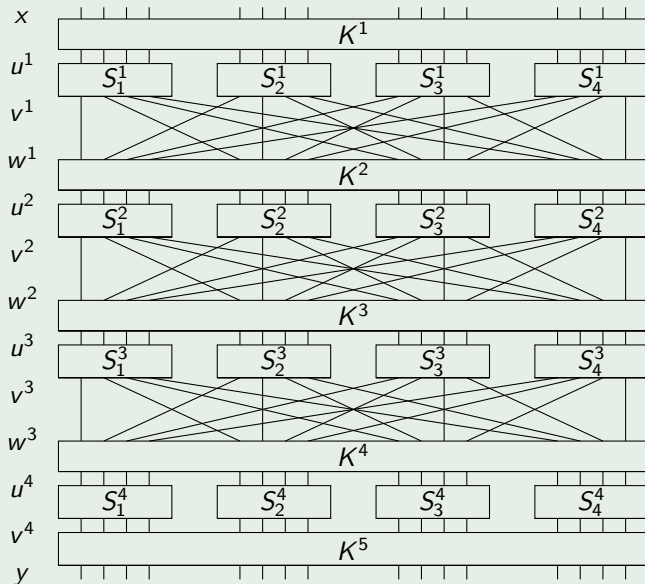
$z$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
$\sigma_S(z)$	E	4	D	1	2	F	B	8	3	A	6	C	5	9	0	7

wobei die Argumente und Werte von  $\sigma_S$  hexadezimal dargestellt sind, und

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\sigma_P(i)$	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16

# Substitutions-Permutations-Netzwerke

## Beispiel (Fortsetzung)



## Beispiel (Schluss)

- Beispielsweise liefert  $f$  für den Schlüssel  $K = 0011\ 1010\ 1001\ 0100\ 1101\ 0110\ 0011\ 1111$  die Rundenschlüssel  $f(K) = (K^1, \dots, K^5)$  mit

$$\begin{aligned} K^1 &= 0011\ 1010\ 1001\ 0100 & K^2 &= 1010\ 1001\ 0100\ 1101 \\ K^3 &= 1001\ 0100\ 1101\ 0110 & K^4 &= 0100\ 1101\ 0110\ 0011 \\ K^5 &= 1101\ 0110\ 0011\ 1111 \end{aligned}$$

unter denen der Klartext  $x = 0010\ 0110\ 1011\ 0111$  die folgenden Chiffrierschritte durchläuft:

$$\begin{aligned} x &= 0010\ 0110\ 1011\ 0111 = w^0 \\ w^0 \oplus K^1 &= 0001\ 1100\ 0010\ 0011 = u^1 \\ S(u^1) &= 0100\ 0101\ 1101\ 0001 = v^1 \\ P(v^1) &= 0010\ 1110\ 0000\ 0111 = w^1 \\ &\vdots \\ P(v^3) &= 1110\ 0100\ 0110\ 1110 = w^3 \\ w^3 \oplus K^4 &= 1010\ 1001\ 0000\ 1101 = u^4 \\ S(u^4) &= 0110\ 1010\ 1110\ 1001 = v^4 \\ u^4 \oplus K^5 &= 1011\ 1100\ 1101\ 0110 = y \end{aligned}$$



- Sei  $f : \{0, 1\}^l \rightarrow \{0, 1\}^{l'}$  eine boolesche Funktion
- Wählen wir die Eingabe  $\mathcal{U} = \mathcal{U}_1 \cdots \mathcal{U}_l$  zufällig unter Gleichverteilung, so gilt für die zugehörige Ausgabe  $\mathcal{V} = f(\mathcal{U}) = \mathcal{V}_1 \cdots \mathcal{V}_{l'}$  sowie für alle  $u \in \{0, 1\}^l$  und  $v \in \{0, 1\}^{l'}$ :

$$\Pr[\mathcal{V} = v \mid \mathcal{U} = u] = \begin{cases} 1 & f(u) = v \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Wegen  $\Pr[\mathcal{U} = u] = 2^{-l}$  folgt

$$\Pr[\mathcal{V} = v, \mathcal{U} = u] = \begin{cases} 2^{-l} & f(u) = v, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Die Funktion  $f$  ist **linear**, wenn eine binäre  $(l \times l')$ -Matrix  $A$  mit  $f(u) = uA$  existiert
- In diesem Fall ist jedes Ausgabebit  $v_j$  in der Form  $v_j = u_{i_1} \oplus \cdots \oplus u_{i_k}$  mit  $1 \leq i_1 < \cdots < i_k \leq l$  darstellbar, d.h.  $\Pr[\mathcal{V}_j = \mathcal{U}_{i_1} \oplus \cdots \oplus \mathcal{U}_{i_k}] = 1$

- Für eine lineare Kryptoanalyse benötigen wir Gleichungen der Form

$$\mathcal{V}_{j_1} \oplus \cdots \oplus \mathcal{V}_{j_{k'}} = \mathcal{U}_{i_1} \oplus \cdots \oplus \mathcal{U}_{i_k} \oplus c$$

mit  $1 \leq i_1 < \cdots < i_k \leq l$ ,  $1 \leq j_1 < \cdots < j_{k'} \leq l'$  und  $c \in \{0, 1\}$ , die mit möglichst großer Wahrscheinlichkeit gelten

- Definieren wir für  $u, a \in \{0, 1\}^l$  und  $v, b \in \{0, 1\}^{l'}$  die Teilsummen

$$u_a = \bigoplus_{i=1}^l a_i u_i \quad \text{und} \quad v_b = \bigoplus_{i=1}^{l'} b_i v_i,$$

so suchen wir also nach Werten für  $a$ ,  $b$  und  $c$ , für die das Ereignis  $\mathcal{V}_b = \mathcal{U}_a \oplus c$  (oder  $\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b = c$ ) mit großer Wahrscheinlichkeit eintritt

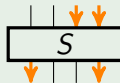
- In diesem Fall lässt sich nämlich der Wert von  $\mathcal{V}_b$  bei Kenntnis von  $\mathcal{U}_a$  entsprechend gut vorhersagen
- Wegen  $\Pr[\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b = c] = 1 - \Pr[\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b = c \oplus 1]$  kommt es nur darauf an, wie stark die Wahrscheinlichkeit  $\Pr[\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b = 0]$  von  $1/2$  abweicht
- $\mathcal{V}_b$  lässt sich also in Abhängigkeit von  $\mathcal{U}_a$  um so besser vorhersagen, je größer der Absolutbetrag  $|\Pr[\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b = 0] - 1/2|$  ist

## Definition

- Der **Bias** einer Zufallsvariablen  $\mathcal{X}$  mit Wertebereich  $W(\mathcal{X}) = \{0, 1\}$  ist definiert als  $\varepsilon(\mathcal{X}) = \Pr[\mathcal{X} = 0] - 1/2$
- Sei  $f : \{0, 1\}^l \rightarrow \{0, 1\}^{l'}$  eine boolesche Funktion
- Eine **lineare Approximation** an  $f$  wird durch ein Paar  $(a, b) \in \{0, 1\}^l \times \{0, 1\}^{l'}$  beschrieben
- Die **Güte** der durch  $(a, b)$  beschriebenen Approximation an  $f$  ist der doppelte Absolutbetrag  $\gamma_f(a, b) = 2|\varepsilon(\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b)|$  des Bias-Wertes von  $\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b$ , wobei  $\mathcal{U}$  auf  $\{0, 1\}^l$  gleichverteilt und  $\mathcal{V} = f(\mathcal{U})$  ist

## Beispiel

- Wir betrachten die durch das Paar (0011, 1001) beschriebene lineare Approximation  $\mathcal{A} = \mathcal{U}_3 \oplus \mathcal{U}_4 \oplus \mathcal{V}_1 \oplus \mathcal{V}_4$  an die S-Box  $S$  aus vorigem Beispiel
- Dann nimmt die Zufallsvariable  $(\mathcal{U}_1, \dots, \mathcal{U}_4, \mathcal{V}_1, \dots, \mathcal{V}_4, \mathcal{A})$  die 16 Werte in folgender Tabelle jeweils mit Wahrscheinlichkeit  $2^{-4} = 1/16$  an:



$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$u_3 \oplus u_4 \oplus v_1 \oplus v_4$
0	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1

## Beispiel (Fortsetzung)

- Um  $\varepsilon(\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b)$  zu berechnen, genügt es, die Anzahl  $L(a, b)$  der Eingaben  $u \in \{0, 1\}^l$  zu bestimmen, für die  $f(u)_b = u_a$  ist
- Dann gilt  $\Pr[\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b = 0] = \Pr[\mathcal{U}_a = \mathcal{V}_b] = L(a, b)/16$  und somit

$$\varepsilon(\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b) = L(a, b)/16 - 1/2 = (L(a, b) - 8)/16$$

sowie

$$\gamma(a, b) = |2\varepsilon(\mathcal{U}_a \oplus \mathcal{V}_b)|$$

- Für  $a = 0011$  und  $b = 1001$  gibt es z.B.  $L(0011, 1001) = 2$  Eingaben  $u$  mit  $u_{0011} = S(u)_{1001}$  ( $u = 0100$  und  $u = 1001$ ), d.h. es gilt

$$\varepsilon(\mathcal{U}_{0011} \oplus \mathcal{V}_{1001}) = (L(3, 9) - 8)/16 = (2 - 8)/16 = -3/8$$

- Die Güte von  $\mathcal{A}$  ist also  $\gamma(0011, 1001) = |2\varepsilon(\mathcal{U}_{0011} \oplus \mathcal{V}_{1001})| = 3/4$
- Die Tabelle auf der nächsten Folie zeigt die Anzahlen  $L(a, b)$  für alle Werte von  $a$  und  $b$  (in Hexadezimaldarstellung)

## Beispiel (Fortsetzung)

	<i>b</i>															
<i>a</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	16	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
1	8	8	6	6	8	8	6	14	10	10	8	8	10	10	8	8
2	8	8	6	6	8	8	6	6	8	8	10	10	8	8	2	10
3	8	8	8	8	8	8	8	8	10	2	6	6	10	10	6	6
4	8	10	8	6	6	4	6	8	8	6	8	10	10	4	10	8
								⋮								
B	8	12	8	4	12	8	12	8	8	8	8	8	8	8	8	8
								⋮								
F	8	6	4	6	6	8	10	8	8	6	12	6	6	8	10	8

Unser nächstes Ziel ist, geeignete lineare Approximationen für bestimmte S-Boxen im SPN zu finden, die sich zu einer linearen Approximation der Abbildung  $x \mapsto u^4$  zusammenschalten lassen (siehe nächste Folie)

## Beispiel (Schluss)

