Graphalgorithmen

Johannes Köbler

Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin

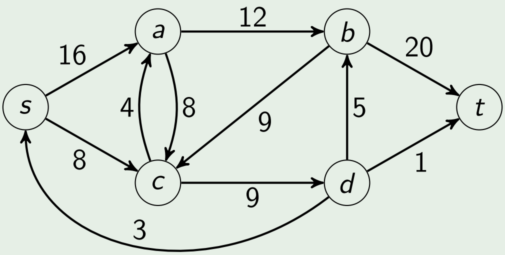
SS 2021

Flüsse in Netzwerken

Definition

- Ein Netzwerk $N = (V, E, s, t, c)$ besteht aus einem gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit einer Quelle $s \in V$ und einer Senke $t \in V$ sowie einer Kapazitätsfunktion $c : V \times V \to \mathbb{N}$
- Dabei muss jede Kante $(u, v) \in E$ eine Kapazität $c(u, v) > 0$ und jede Nichtkante $(u, v) \notin E$ muss die Kapazität $c(u, v) = 0$ haben

Beispiel. Die folgende Abbildung zeigt ein Netzwerk N.



Definition. Sei $N = (V, E, s, t, c)$ ein Netzwerk.

- Ein Fluss in N ist eine Funktion $f : V \times V \to \mathbb{Z}$ mit
  - $f(u, v) \leq c(u, v)$, (Kapazitätsbedingung)
  - $f(u, v) = -f(v, u)$, (Antisymmetrie)
  - $\sum_{v \in V} f(u, v) = 0$ für alle $u \in V \setminus \{s, t\}$ (Kontinuität)
- Der Fluss in den Knoten u ist $f^-(u) = \sum_{v \in V} \max\{0, f(v, u)\}$
- Der Fluss aus u ist $f^+(u) = \sum_{v \in V} \max\{0, f(u, v)\}$
- Die Größe von f ist $|f| = f^+(s) - f^-(s) = \sum_{v \in V} f(s, v)$

- Die Antisymmetrie impliziert, dass $f(u, u) = 0$ für alle $u \in V$ gilt
- Wir können also annehmen, dass $c(u, u) = 0$ für alle Knoten $u \in V$ gilt und somit $G = (V, E)$ schlingenfrei ist