

# Graphalgorithmen

Johannes Köbler

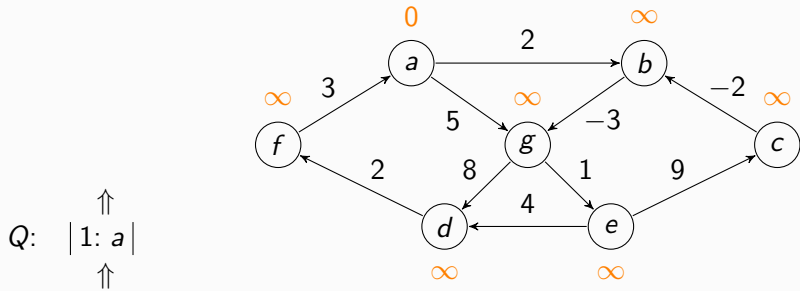


Institut für Informatik  
Humboldt-Universität zu Berlin

SS 2021

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

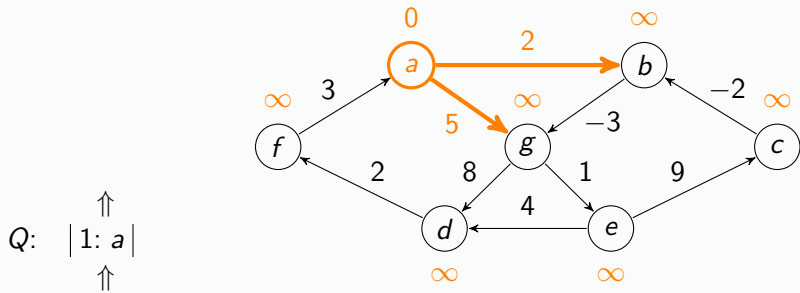
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

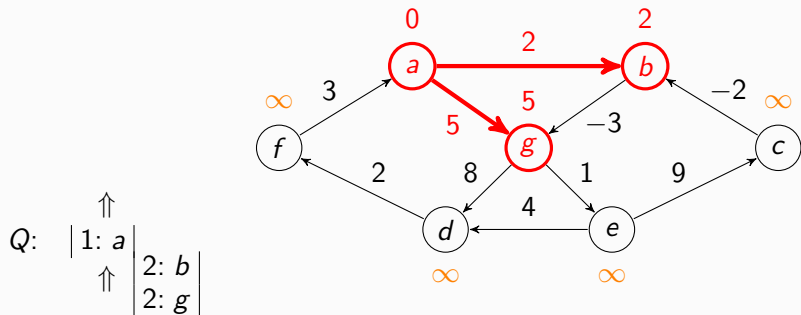
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

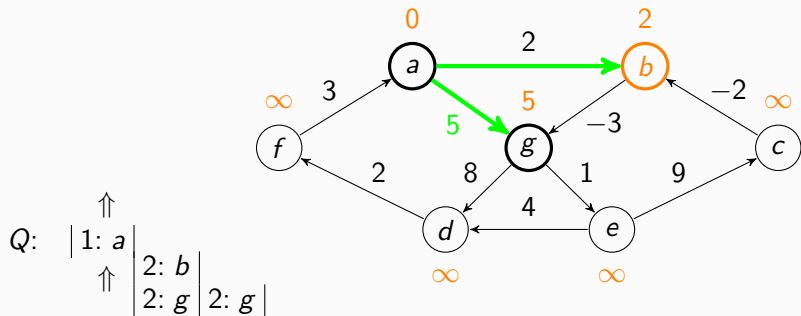
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

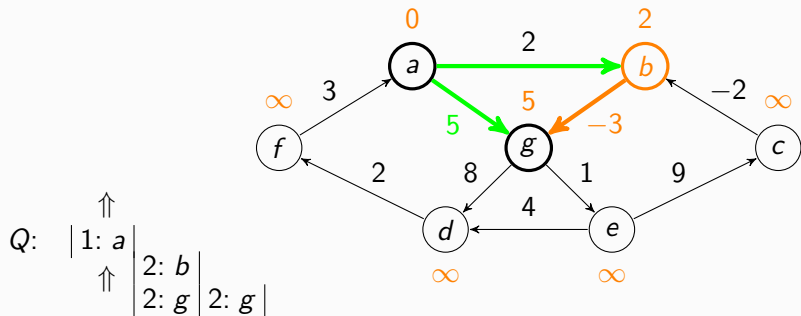
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

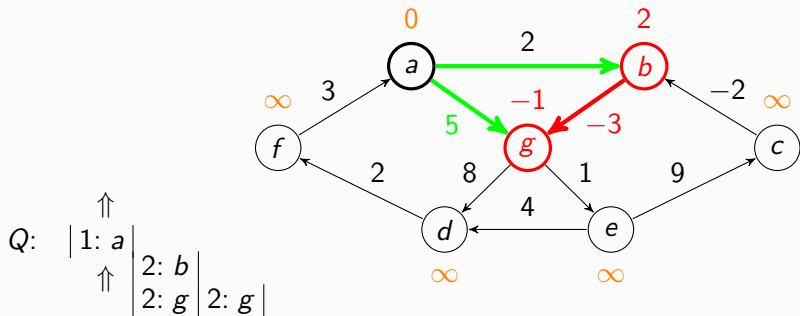
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

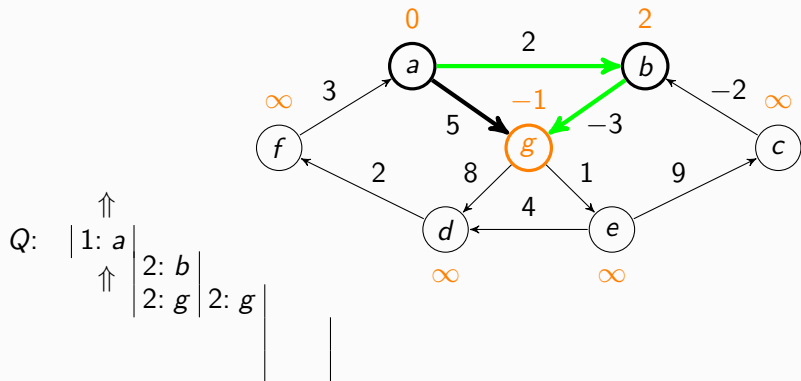
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :

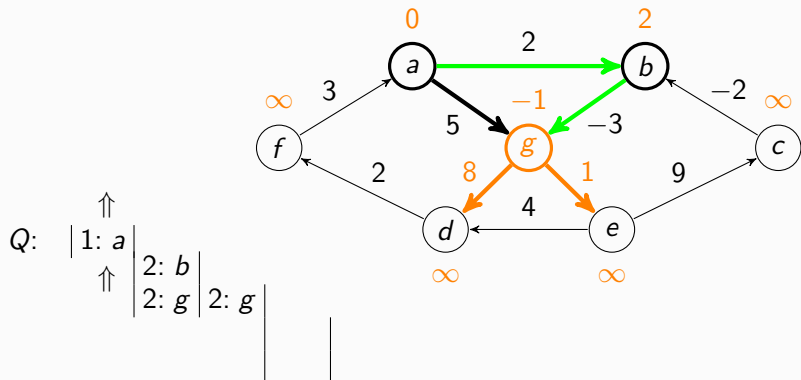


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

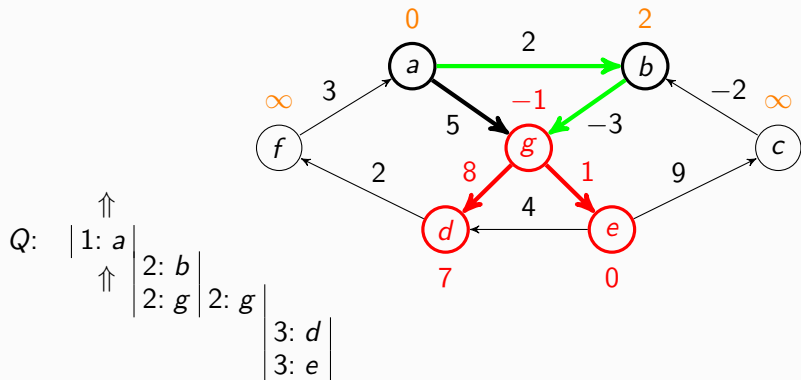
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

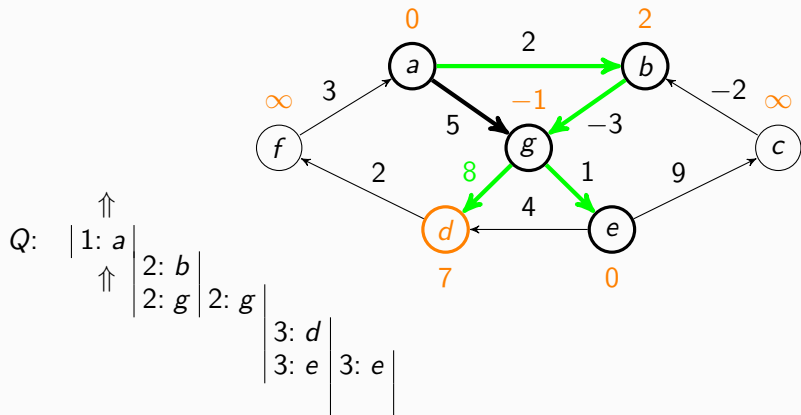
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

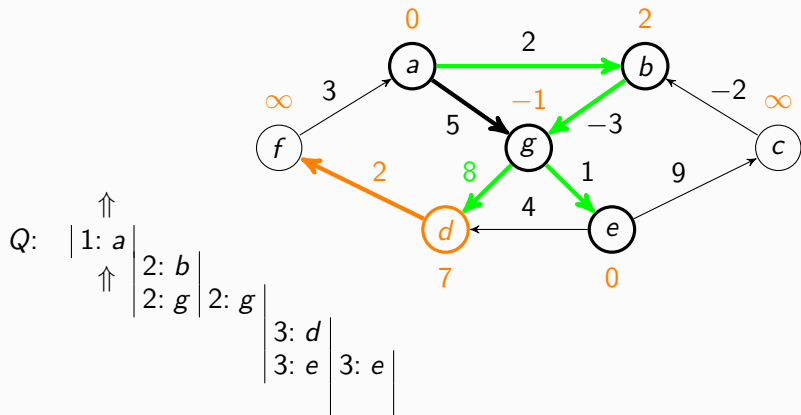
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

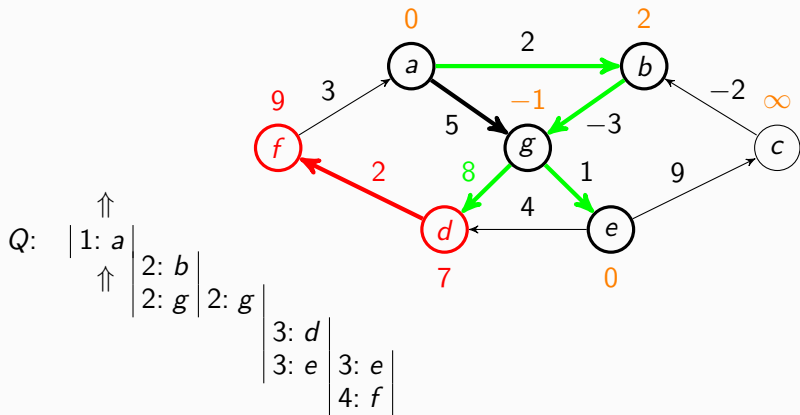
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

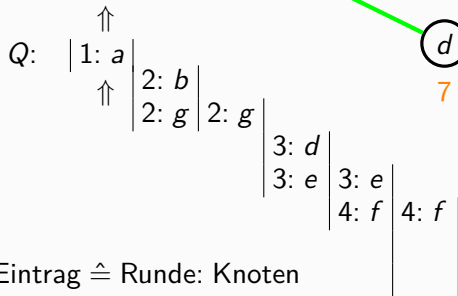
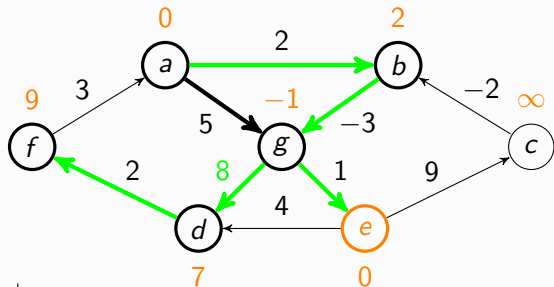
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

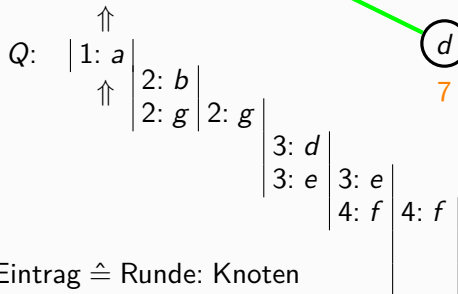
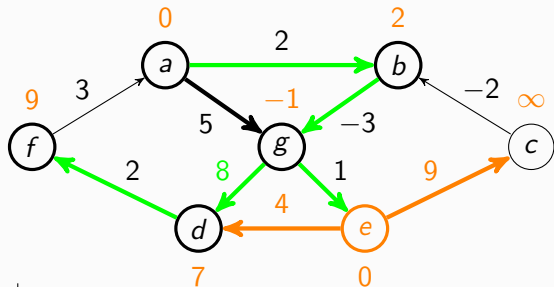
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

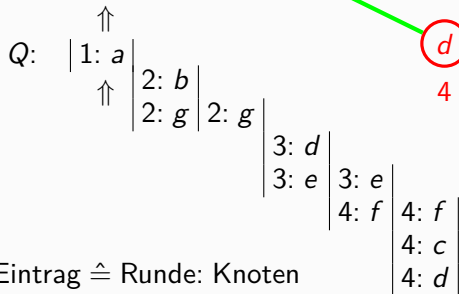
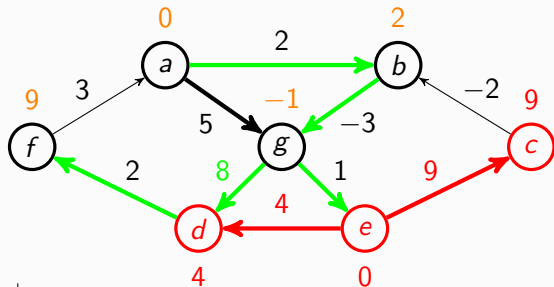
# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

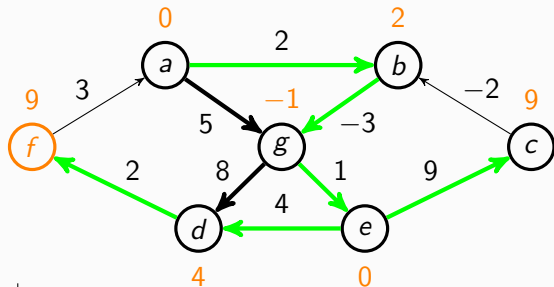
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :





# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :

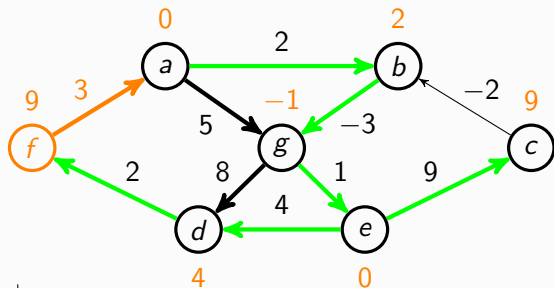


Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \\ | 2: b \\ | 2: g \\ | 2: g \\ | 3: d \\ | 3: e \\ | 3: e \\ | 4: f \\ | 4: f \\ | 4: c \\ | 4: c \\ | 4: d \\ | 4: d \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :

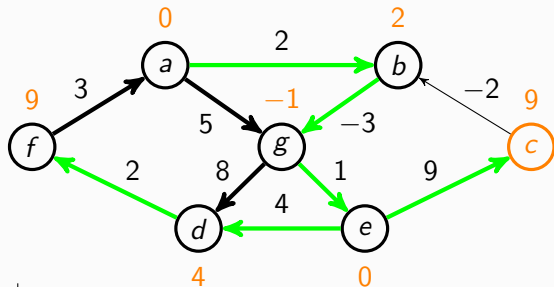


Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \\ | 2: b \\ | 2: g \\ | 2: g \\ | 3: d \\ | 3: e \\ | 3: e \\ | 4: f \\ | 4: f \\ | 4: c \\ | 4: c \\ | 4: d \\ | 4: d \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \end{array} \left| \begin{array}{l} 2: b \\ 2: g \end{array} \right| \begin{array}{l} 2: g \end{array}$

$\begin{array}{l} 3: d \\ 3: e \end{array}$

$\begin{array}{l} 3: e \\ 4: f \end{array}$

$\begin{array}{l} 4: f \\ 4: c \end{array}$

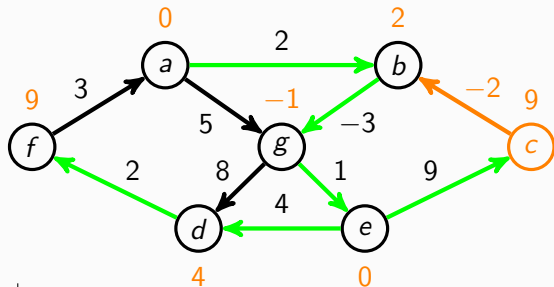
$\begin{array}{l} 4: c \\ 4: d \end{array}$

$\begin{array}{l} 4: d \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :

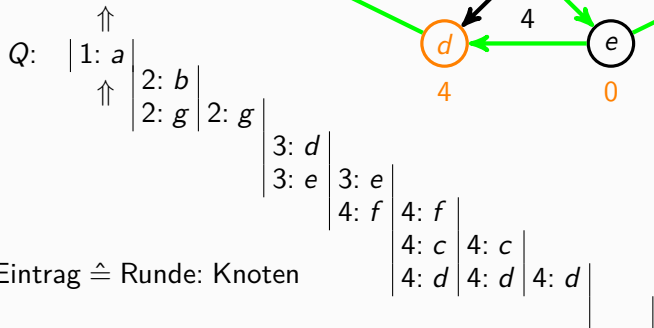
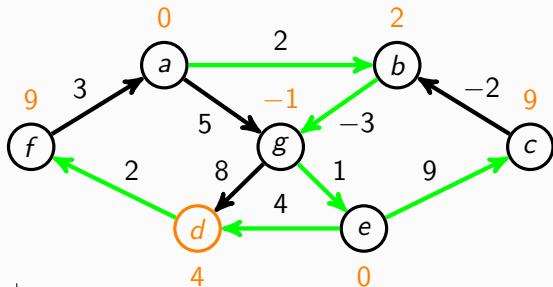


Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \\ | 2: b \\ | 2: g \\ | 2: g \\ | 3: d \\ | 3: e \\ | 3: e \\ | 4: f \\ | 4: f \\ | 4: c \\ | 4: c \\ | 4: d \\ | 4: d \\ | 4: d \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

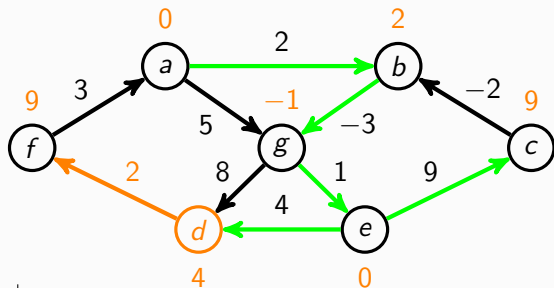
# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \end{array} \left| \begin{array}{l} 2: b \\ 2: g \end{array} \right| \begin{array}{l} 2: g \end{array}$

$\begin{array}{l} 3: d \\ 3: e \end{array}$

$\begin{array}{l} 3: e \\ 4: f \end{array}$

$\begin{array}{l} 4: f \\ 4: c \end{array}$

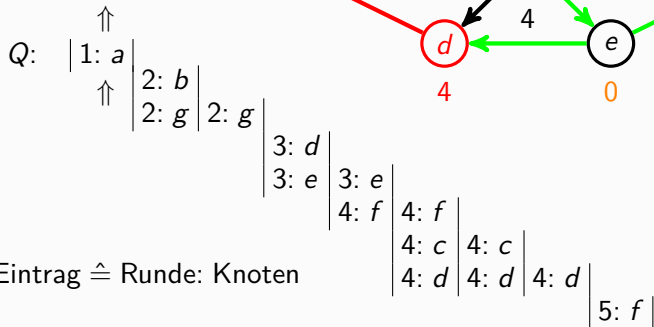
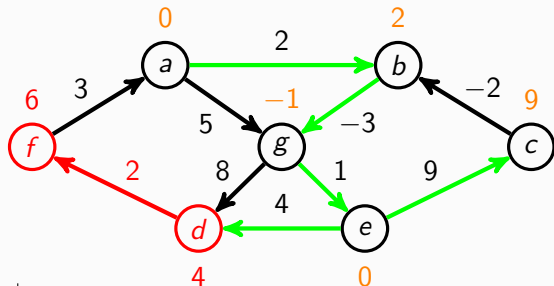
$\begin{array}{l} 4: c \\ 4: d \end{array}$

$\begin{array}{l} 4: d \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

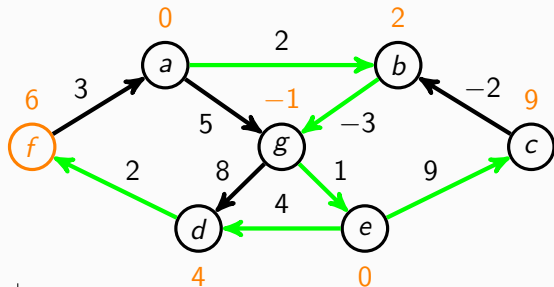
# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \\ | 2: b \\ | 2: g \end{array}$

$\begin{array}{l} | 2: g \\ | 3: d \\ | 3: e \\ | 3: e \\ | 4: f \end{array}$

$\begin{array}{l} | 4: f \\ | 4: c \\ | 4: d \end{array}$

$\begin{array}{l} | 4: c \\ | 4: d \\ | 4: d \end{array}$

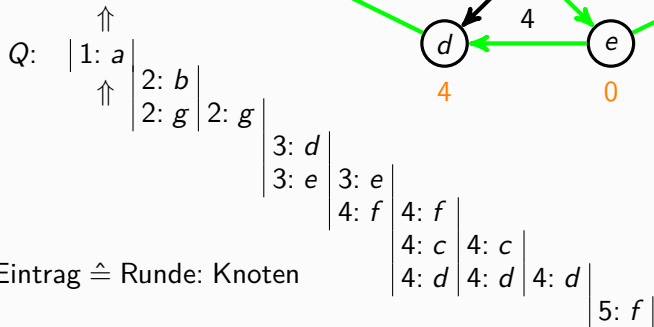
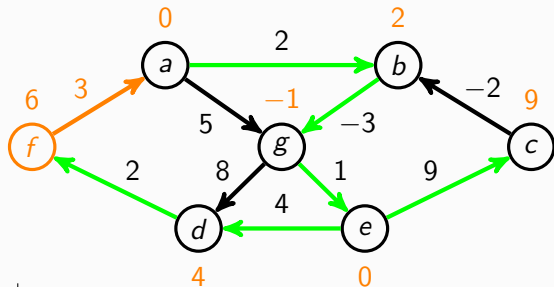
$\begin{array}{l} | 4: d \\ | 5: f \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten



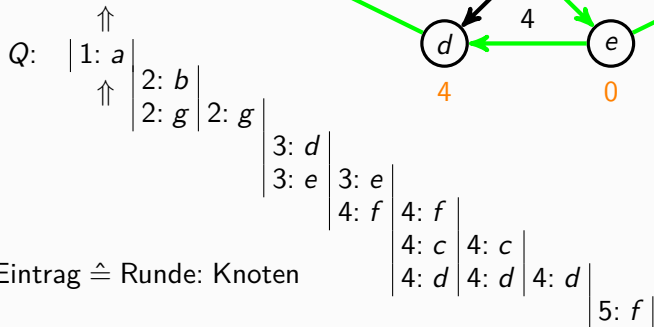
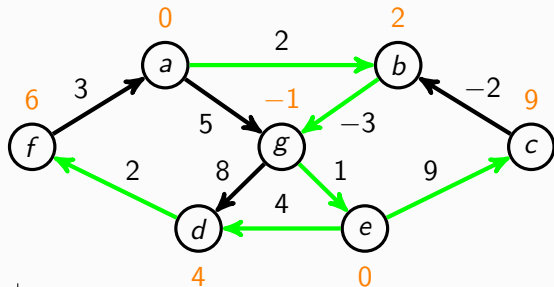
# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

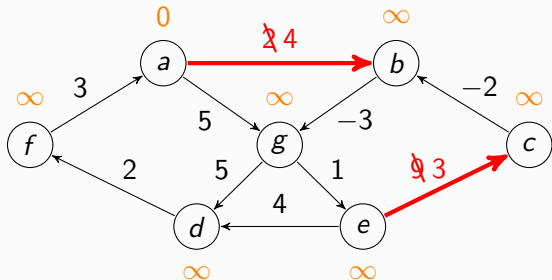
Beispiel. Betrachte folgenden Kostengraphen mit dem Startknoten  $a$ :



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\begin{array}{c} \uparrow \\ |1: a| \\ \uparrow \end{array}$

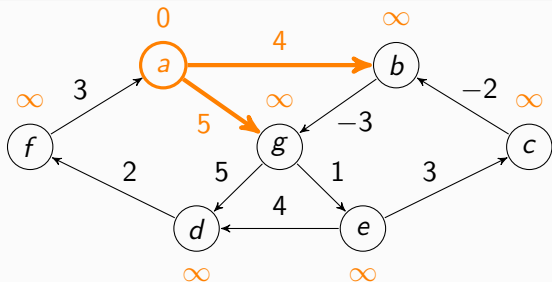


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\left| \begin{array}{c} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \end{array} \right|$   $\left| \right|$

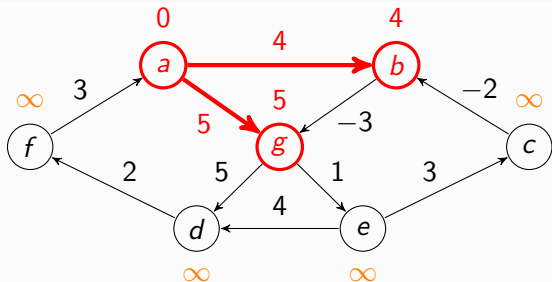


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\left| \begin{array}{l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \end{array} \right|$

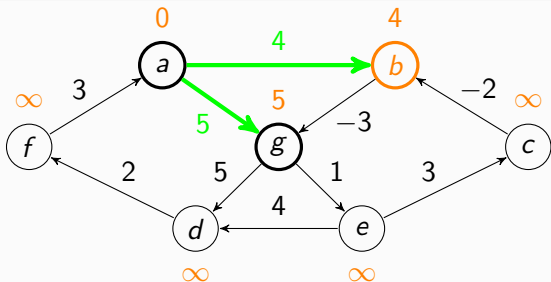


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\left| \begin{array}{l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \end{array} \right| 2: g$

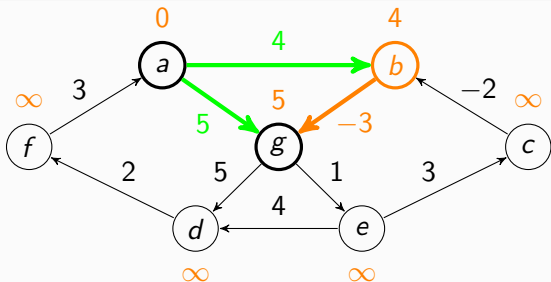


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\left| \begin{array}{l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \end{array} \right| 2: g$

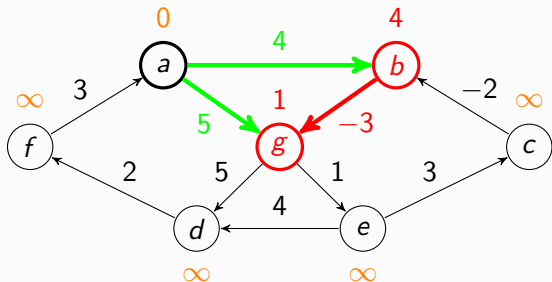


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\left| \begin{array}{l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \end{array} \right| 2: g$



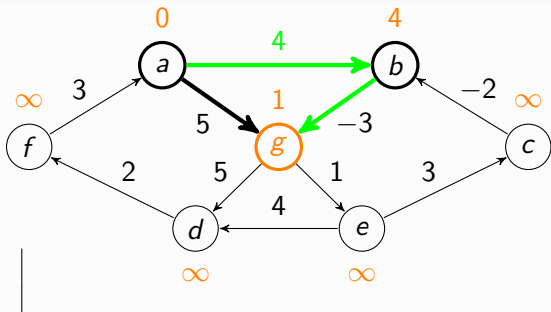
Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\left| \begin{array}{l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \end{array} \right| 2: g$

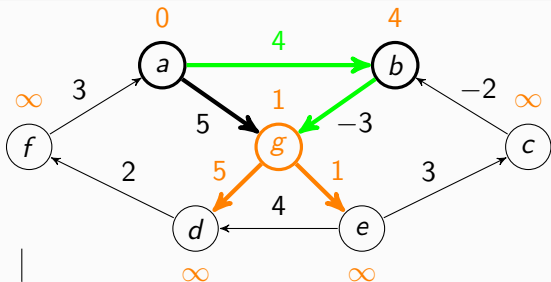


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

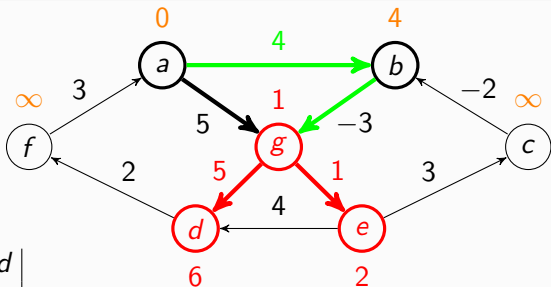
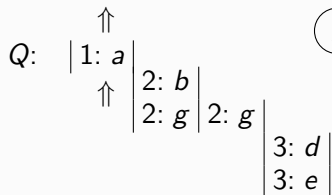
Q:  $\left| \begin{array}{l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \end{array} \right| 2: g$



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

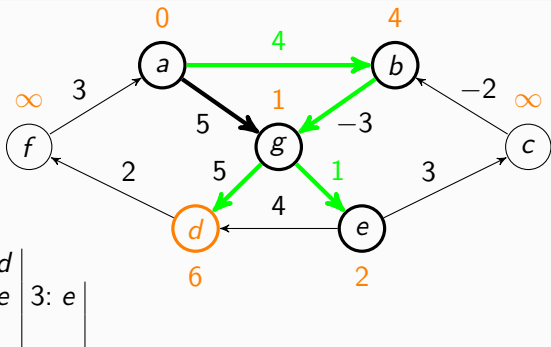
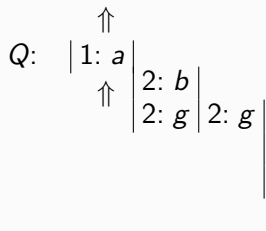
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

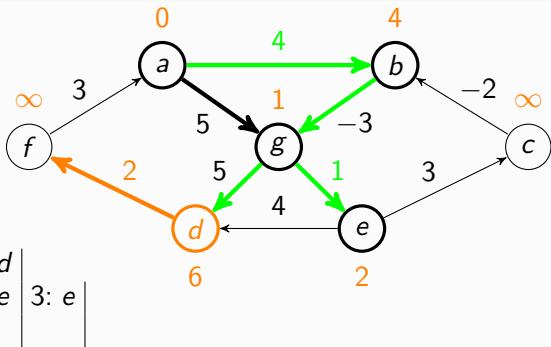
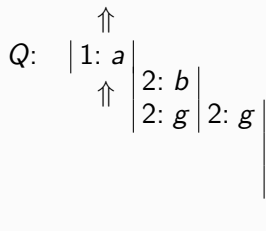
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

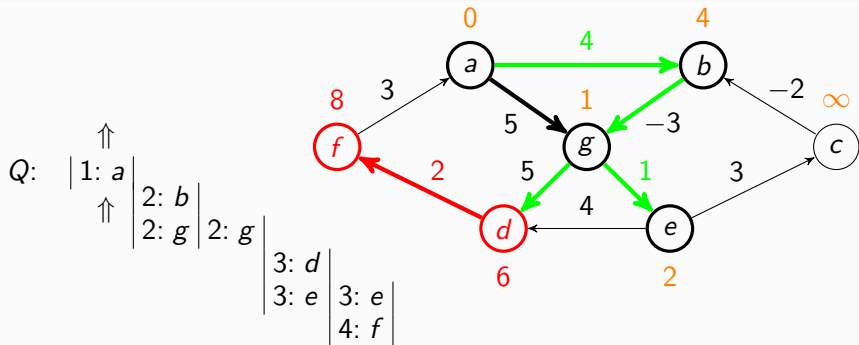
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

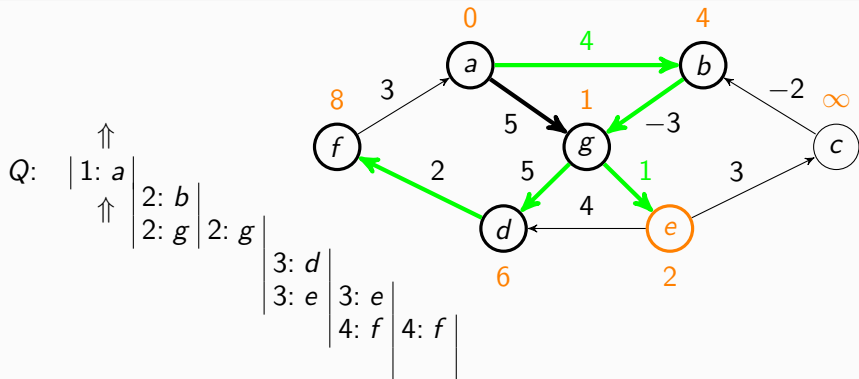
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

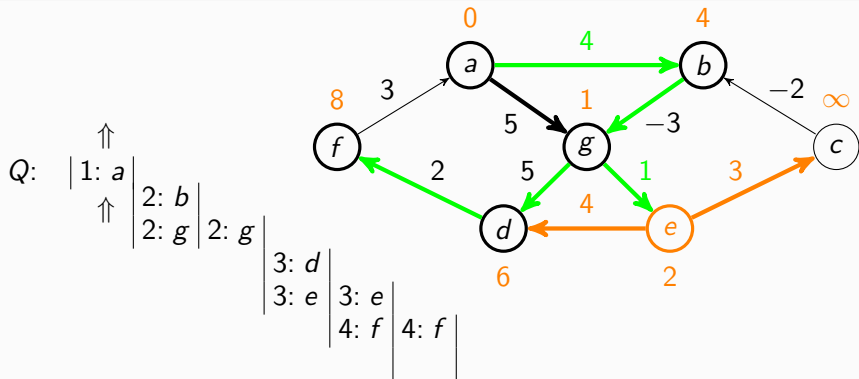
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

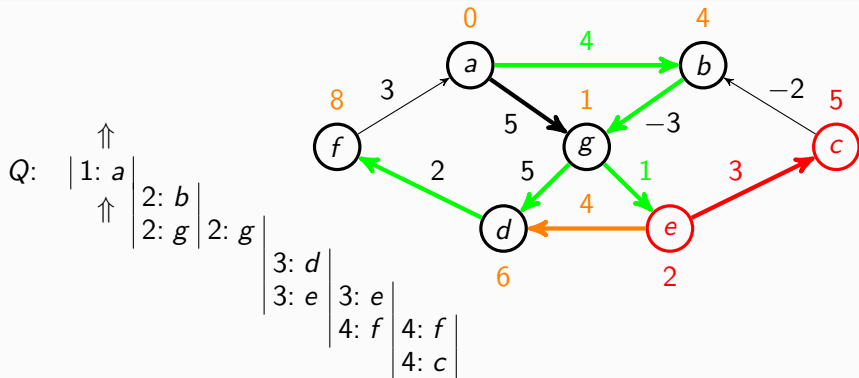


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

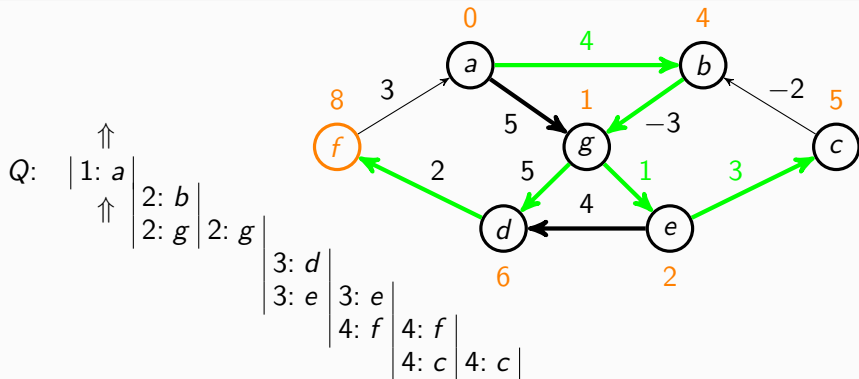
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

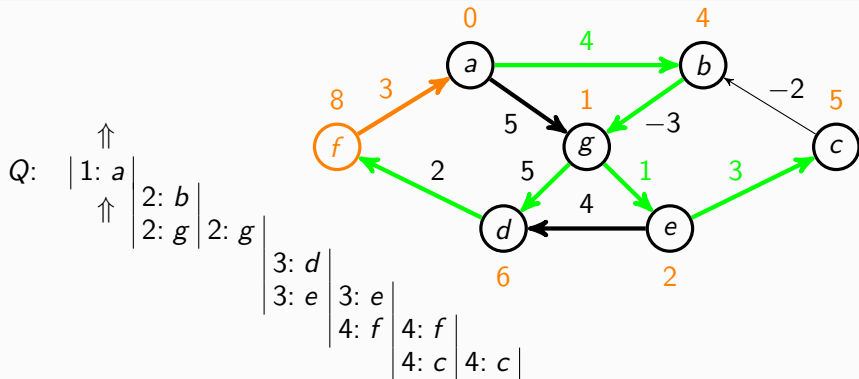
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

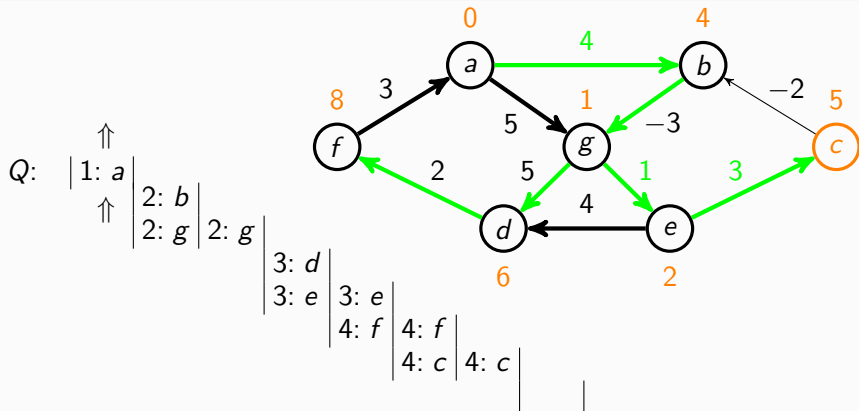
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

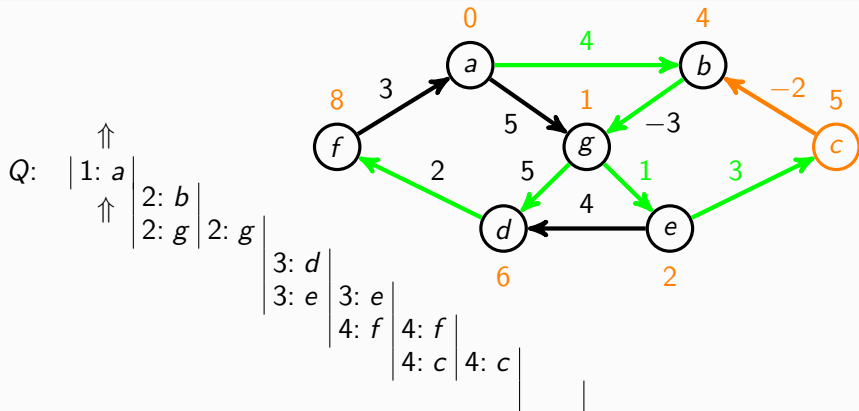
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

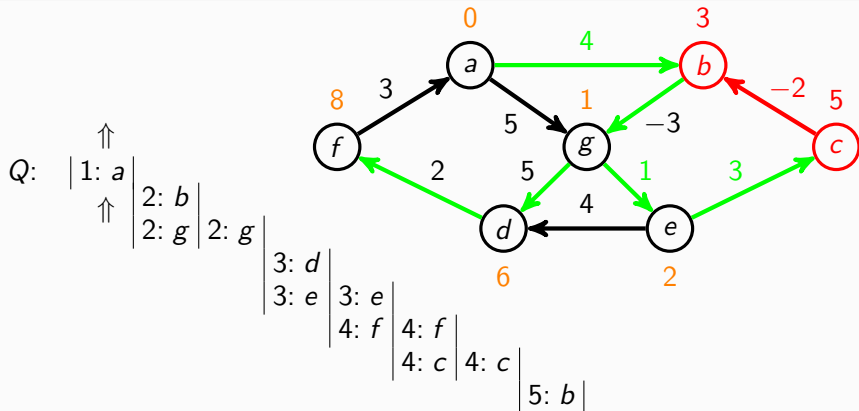
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

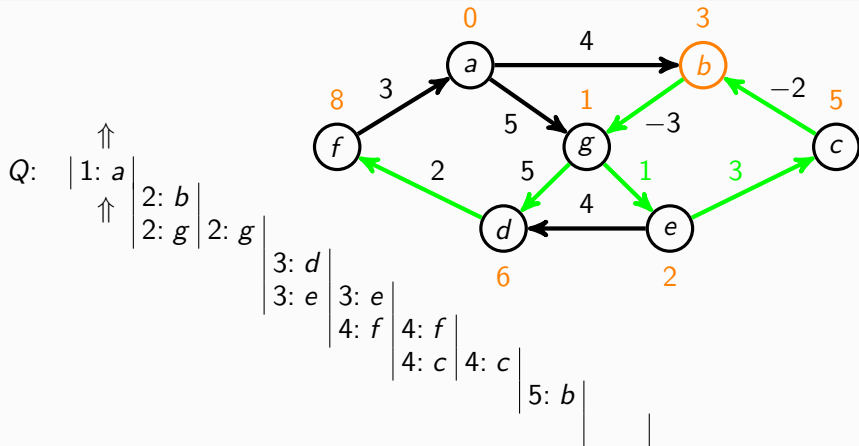
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

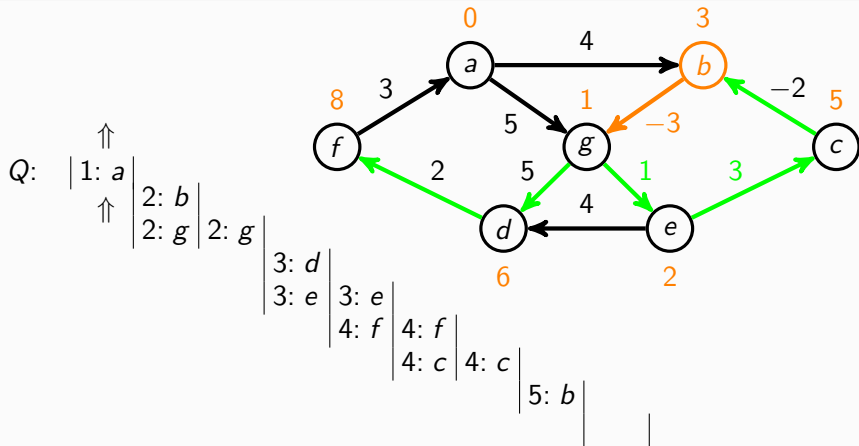
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

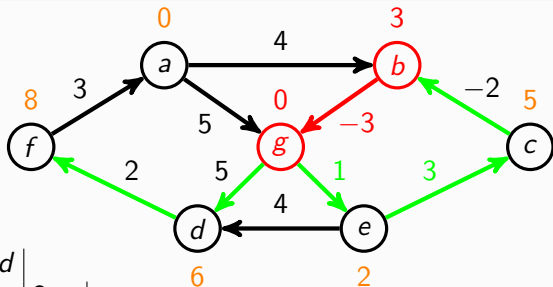
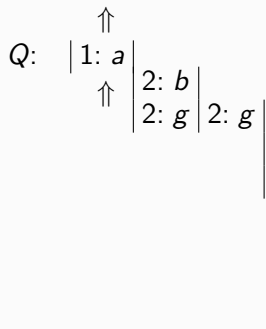


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

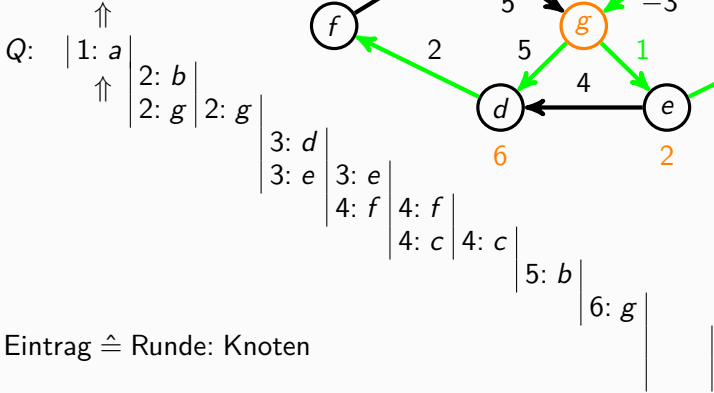
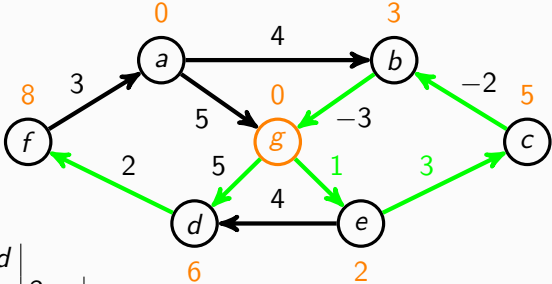
Beispiel (Fortsetzung).



Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

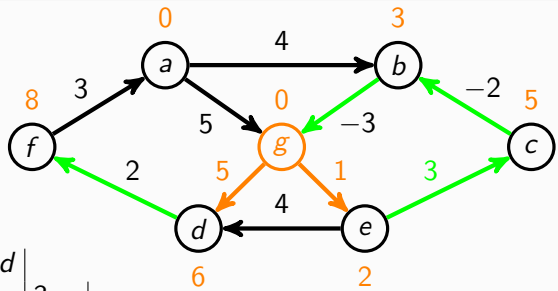
Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\begin{array}{|l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \\ 2: g \end{array}$

$\begin{array}{|l} 3: d \\ 3: e \\ 3: e \\ 4: f \\ 4: f \\ 4: c \\ 4: c \end{array}$

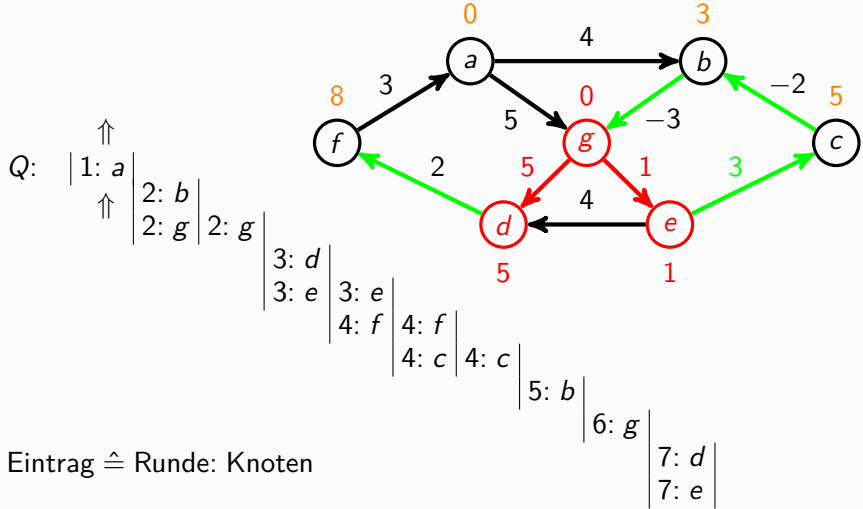
$\begin{array}{|l} 5: b \\ 5: b \\ 6: g \\ 6: g \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

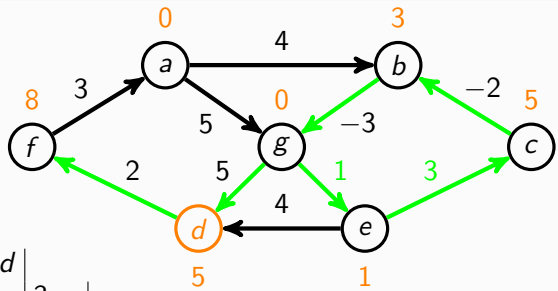
Beispiel (Fortsetzung).



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\begin{array}{|l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \\ 2: g \end{array}$

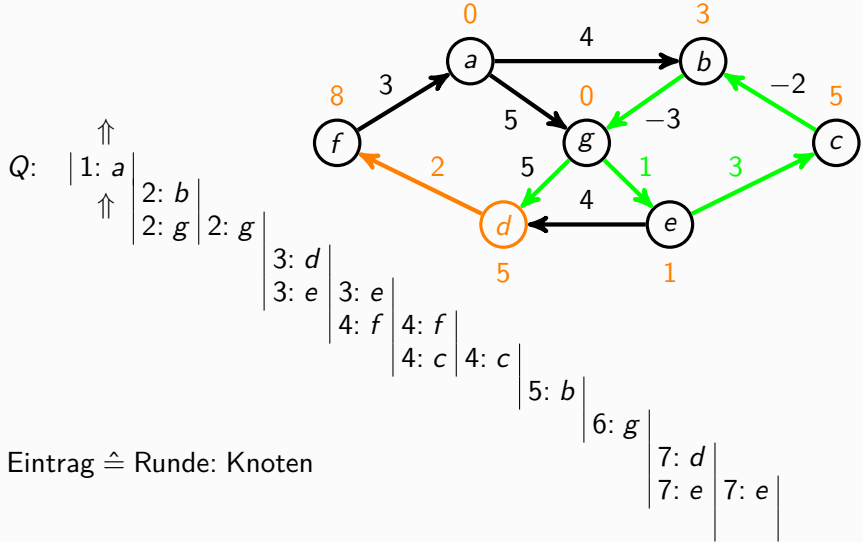


$\begin{array}{|l} 3: d \\ 3: e \\ 3: e \\ 4: f \\ 4: f \\ 4: c \\ 4: c \\ 4: c \\ 5: b \\ 5: b \\ 6: g \\ 6: g \\ 7: d \\ 7: e \\ 7: e \\ 7: e \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

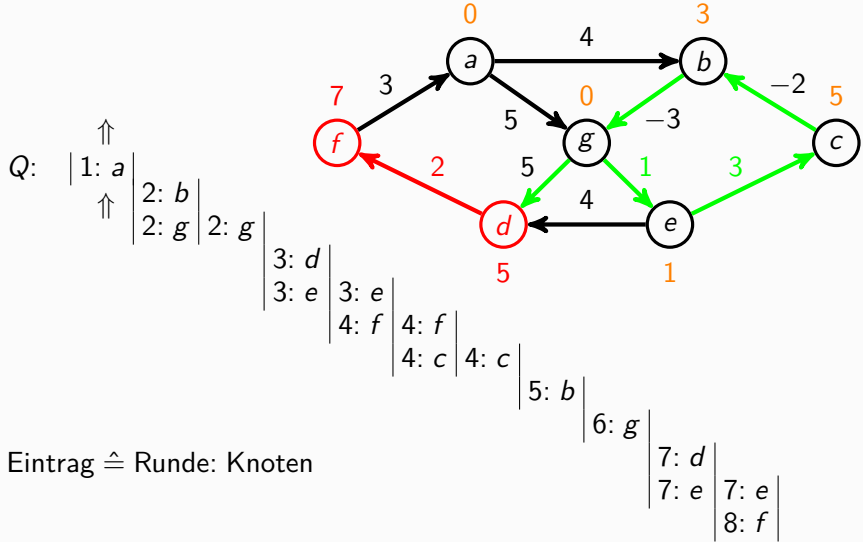
# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

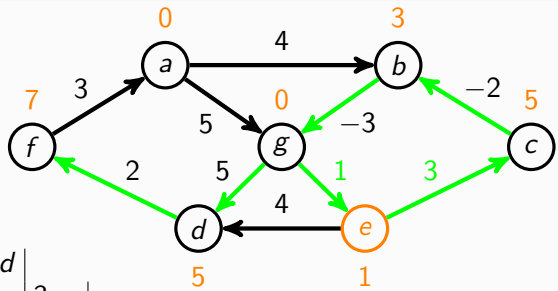


Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).

Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \\ | 2: b \\ | 2: g \\ | 2: g \end{array}$



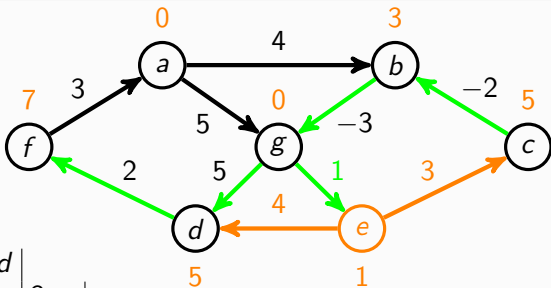
$\begin{array}{l} 3: d \\ 3: e \\ 3: e \\ 4: f \\ 4: f \\ 4: c \\ 4: c \\ 5: b \\ 6: g \\ 7: d \\ 7: e \\ 7: e \\ 8: f \\ 8: f \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).



Q:  $\begin{array}{|l} \uparrow \\ 1: a \\ \uparrow \\ 2: b \\ 2: g \end{array} \left| \begin{array}{l} 2: g \\ 2: g \end{array} \right.$

$\begin{array}{|l} 3: d \\ 3: e \end{array} \left| \begin{array}{l} 3: e \\ 4: f \end{array} \right.$

$\begin{array}{|l} 4: f \\ 4: c \end{array} \left| \begin{array}{l} 4: c \\ 4: c \end{array} \right.$

$\begin{array}{|l} 5: b \end{array} \left| \begin{array}{l} 5: b \end{array} \right.$

$\begin{array}{|l} 6: g \end{array} \left| \begin{array}{l} 6: g \end{array} \right.$

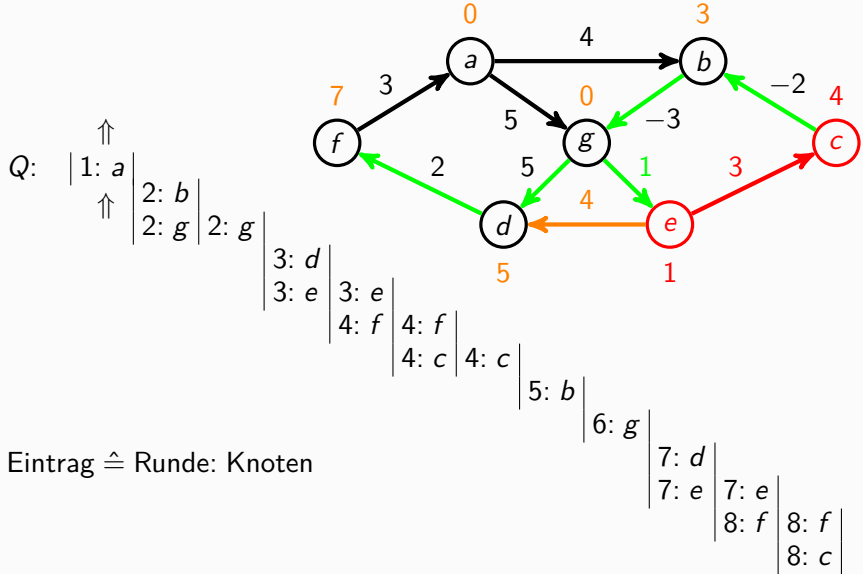
$\begin{array}{|l} 7: d \\ 7: e \end{array} \left| \begin{array}{l} 7: d \\ 7: e \end{array} \right.$

$\begin{array}{|l} 8: f \\ 8: f \end{array} \left| \begin{array}{l} 8: f \\ 8: f \end{array} \right.$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

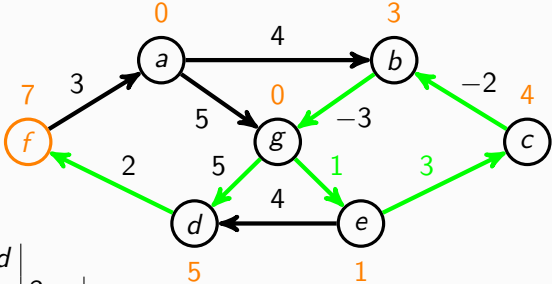
# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).



# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).



Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \\ | 2: b \\ | 2: g \end{array} | 2: g$

$\begin{array}{l} 3: d \\ 3: e \end{array} | 3: e$

$\begin{array}{l} 4: f \\ 4: c \end{array} | 4: f$

$\begin{array}{l} 4: c \end{array} | 4: c$

$\begin{array}{l} 5: b \end{array} | 5: b$

$\begin{array}{l} 6: g \end{array} | 6: g$

$\begin{array}{l} 7: d \\ 7: e \end{array} | 7: d$

$\begin{array}{l} 7: e \\ 8: f \end{array} | 7: e$

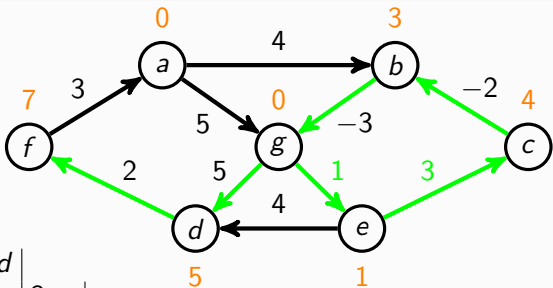
$\begin{array}{l} 8: f \\ 8: c \end{array} | 8: f$

$\begin{array}{l} 8: c \end{array} | 8: c$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten

# Der Bellman-Ford-Moore-Algorithmus

Beispiel (Fortsetzung).



Q:  $\begin{array}{l} \uparrow \\ | 1: a \\ \uparrow \\ | 2: b \\ | 2: g \\ | 2: g \end{array}$

$\begin{array}{l} | 3: d \\ | 3: e \\ | 3: e \\ | 4: f \end{array}$

$\begin{array}{l} | 4: f \\ | 4: c \end{array}$

$\begin{array}{l} | 4: c \end{array}$

$\begin{array}{l} | 5: b \end{array}$

$\begin{array}{l} | 6: g \end{array}$

$\begin{array}{l} | 7: d \\ | 7: e \end{array}$

$\begin{array}{l} | 7: e \\ | 8: f \end{array}$

$\begin{array}{l} | 8: f \\ | 8: c \end{array}$

$\begin{array}{l} | 8: c \end{array}$

Eintrag  $\hat{=}$  Runde: Knoten