Übungsblatt 6

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 3. 6. 2021
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 10. 6. 2021, 13:00 Uhr

Aufgabe 28 ***mündlich***

Wie lassen sich folgende Flussprobleme auf das Problem reduzieren, einen maximalen Fluss in einem Netzwerk $N = (V, E, s, t, c)$ zu finden?

(a) Finde einen minimalen Fluss in einem Netzwerk $N = (V, E, s, t, c)$.

(b) Finde einen maximalen Fluss in einem Netzwerk der Form $N = (V, E, \{s_1, \ldots, s_k\}, \{t_1, \ldots, t_\ell\}, c)$ mit mehreren Quellen $s_1, \ldots, s_k$ und mehreren Senken $t_1, \ldots, t_\ell$.

(c) Finde einen maximalen Fluss in einem Netzwerk der Form $N = (V, E, s, t, c, c^+, c^-)$, das neben der Kapazitätsfunktion c auf $V \times V$ Kapazitätsfunktionen c^+ und c^- auf V enthält, die für jeden Knoten $u \in V$ den Fluss $f^-(u)$ in u und den Fluss $f^+(u)$ aus u beschränken.

(d) Finde für ein Netzwerk $N = (V, E, s, t, c_{min})$ mit Mindestkapazitätsfunktion c_{min} einen Fluss f mit $f(e) \geq c_{min}(e)$ für alle $e \in E$ (sofern er existiert). Wie lässt sich f minimieren?

Aufgabe 29 Beweisen Sie die folgenden Sätze: ***mündlich***

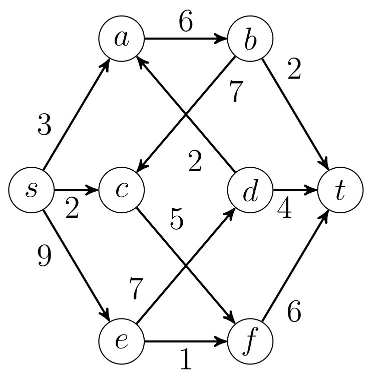
(a) Die Kantenversion des Satzes von Menger für Digraphen $G = (V, E)$: Die maximale Anzahl kantendisjunkter Wege von s nach t in G ist gleich der minimalen Größe einer Kantenmenge $E' \subseteq E$, die t von s trennt (d.h. in $G - E'$ ex. kein Weg von s nach t).

(b) Die Knotenversion des Satzes von Menger für Digraphen $G = (V, E)$: Im Fall $(s, t) \notin E$ ist die maximale Anzahl von *knotendisjunkten* s-t-Pfaden in G gleich der minimalen Größe einer Knotenmenge $V' \subseteq V \setminus \{s, t\}$, die t *in* G *von* s *trennt* (d.h. in $G - V'$ ex. kein Weg von s nach t).

Hinweis: Benutzen Sie ein Max-Flow-Min-Cut-Theorem für Netzwerke mit einer Kapazitätsfunktion auf den Knoten.

(c) Die entsprechenden Sätze für Graphen anstelle von Digraphen.

Aufgabe 30 Gegeben ist folgendes Netzwerk N. ***10 Punkte***



(a) Bestimmen Sie mit Edmonds-Karp einen maximalen Fluss in N.

(b) Geben Sie einen s-t-Schnitt S mit minimaler Kapazität $c(S)$ an.

(c) Fassen Sie die Kantenbeschriftungen als Mindestkapazitäten $c_{\text{min}}(e)$ auf und geben Sie einen minimalen Fluss f mit $f(e) \geq c_{\text{min}}(e)$ für alle Kanten e sowie einen maximalen s-t-Schnitt S mit $c_{\text{min}}(S) = |f|$ an.