

Übungsblatt 3

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 18. Mai 2017

Aufgabe 12 Beschreiben Sie folgende Aufgabenstellungen als Graphprobleme: *mündlich*

- (a) Wie lange muss eine Tagung mindestens dauern, wenn pro Vortrag eine Stunde veranschlagt wird und jeder Teilnehmer mit seiner Anmeldung eine Liste aller ihn interessierenden Vorträge einsendet?
- (b) Wieviele Wochenstunden muss ein Stundenplan umfassen, wenn Lehrer L_i in Klasse K_j pro Woche n_{ij} Stunden unterrichten soll?

Aufgabe 13 Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie: *mündlich*

- (a) G hat mindestens $\chi(G)$ Knoten u vom Grad $\deg(u) \geq \chi(G) - 1$.
- (b) Sei d der maximale Minimalgrad $\delta(U)$ aller induzierten Untergraphen U von G . Dann gilt $\chi(G) \leq d + 1$.
- (c) Es gilt $\chi(G)\chi(\overline{G}) \geq n$.
- (d) Für $e = \{u, v\} \in \binom{V}{2} \setminus E$ gilt $\chi(G) = \min\{\chi(G_{uv}), \chi(G \cup e)\}$ und daher $|\chi(G_{uv}) - \chi(G \cup e)| \leq 1$.

Aufgabe 14 *mündlich*

- (a) Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der die Zusammenhangskomponenten eines gegebenen Graphen G berechnet.
- (b) Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus an, der für einen gegebenen zusammenhängenden Graphen G den BC-Baum berechnet.

Aufgabe 15 *mündlich*
Zeigen Sie, dass eine Quasiordnung (A, \leq) genau dann eine Wohlquasiordnung ist, wenn es in (A, \leq) weder unendliche absteigende Ketten noch unendliche Antiketten gibt.

Aufgabe 16 *mündlich*
Finden Sie möglichst effiziente Algorithmen, die folgende Graphklassen erkennen und jeden Graphen G der Klasse mit $\chi(G)$ Farben färben.

- (a) Die Klasse der K_3 -freien Graphen.
- (b) Die Klasse der $K_{1,3}$ -freien Graphen.
- (c) Die Klasse der $K_{1,4}$ -freien Graphen.

Aufgabe 17 *mündlich*
Finden Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der für jeden Graphen G mit $\Delta(G) \leq 3$ eine $\chi(G)$ -Färbung berechnet.

Aufgabe 18 *mündlich*

- (a) Geben Sie einen regulären Graphen an, der ein perfektes Matching besitzt, aber nicht 1-faktorierbar ist.
- (b) Zeigen Sie, dass ein regulärer Graph G genau dann 1-faktorierbar ist, wenn $\chi'(G) = \Delta(G)$ ist.

Aufgabe 19 *10 Punkte*
Für jeden Job $j = 1, \dots, n$ ist ein Zeitintervall $I_j = [a_j, b_j]$ vorgegeben, das den Startzeitpunkt a_j und den Endzeitpunkt b_j für diesen Job angibt.

- (a) Beschreiben Sie folgende Aufgabenstellung als ein Graphfärbungsproblem: Wieviele Arbeiter werden benötigt, um alle Jobs zu erledigen, wenn kein Arbeiter gleichzeitig an mehreren Jobs arbeiten kann?
- (b) Finden Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der eine Verteilung aller Jobs auf eine minimale Anzahl k von Arbeitern berechnet. Der Algorithmus soll zudem einen Zeitpunkt z ausgeben, zu dem k Jobs aktiv sind.