

Übungsblatt 6

Abgabe bis zum 13. Juli 2010

Aufgabe 36

mündlich

Ein *Teilweg* w' eines Weges w ist ein Weg, der eine Teilfolge von w ist, d. h. ist $w = (v_0, v_1, \dots, v_k)$, so besitzt w' die Form $(v_i, v_{i+1}, \dots, v_j)$, für geeignete i, j mit $0 \leq i \leq j \leq k$. Überprüfen Sie folgende Behauptungen für Graphen G mit n Knoten.

- Ein Weg der Länge n kann kein Pfad sein.
- Ein Weg, der kein Pfad ist, enthält einen Kreis als Teilweg.
- Jeder Weg in G , der kein Pfad ist und jede Kante höchstens einmal durchläuft, enthält einen Kreis als Teilweg.

Aufgabe 37

4 Punkte

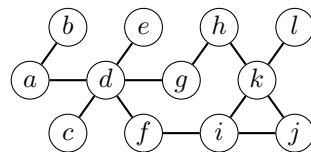
Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit n Knoten. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- Jeder Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. *(mündlich)*
- Jeder induzierte Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. *(mündlich)*
- Es existiert ein Baum $B = (V, E')$ mit $E' \subseteq E$. *(mündlich)*
- G hat mindestens $n - 1$ Kanten. *(mündlich)*
- G ist genau dann ein Baum, wenn G höchstens $n - 1$ Kanten hat. *(4 Punkte)*

Aufgabe 38

mündlich

- In welcher Reihenfolge werden die Knoten bei einer Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a jeweils zum ersten und letzten Mal besucht? Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachbarn in alphabetischer Folge besucht werden.
- Bestimmen Sie den zugehörigen Tiefen- bzw. Breitensuchbaum von G und identifizieren Sie jeweils alle Rückwärts-, Vorwärts- und Querkanten.



Aufgabe 39

mündlich

Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen als Adjazenzmatrix gegebenen Graphen G alle Zusammenhangskomponenten bestimmt und schätzen Sie dessen Laufzeit ab.

Aufgabe 40

mündlich

Sei T ein Breitensuchbaum eines Graphen G .

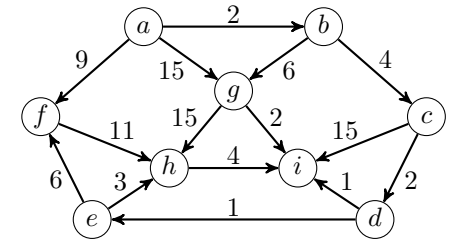
- Kann es neben Baumkanten auch Vorwärts-, Rückwärts- oder Querkanten geben?
- Welche Werte kann die Differenz der Tiefen der beiden Endpunkte einer Querkante (u, v) in T annehmen?
- Beantworten Sie obige Fragen, falls T ein Breitensuchbaum eines Digraphen G ist.

Aufgabe 41

mündlich

Bestimmen Sie in G mit dem Dijkstra-Algorithmus einen kürzesten Weg von a zu h .

Geben Sie insbesondere für jeden Schleifendurchlauf den aktuellen Suchbaum mit allen bis dahin besuchten Kanten an.



Aufgabe 42

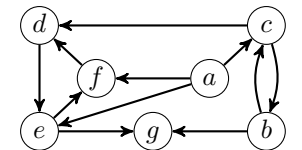
mündlich

Geben Sie eine Prozedur **LongestPath** an, die für einen als Feld von Adjazenzlisten gegebenen Graphen G in Zeit $\mathcal{O}(\|V\|)$ testet, ob G azyklisch ist und in diesem Fall einen längsten Pfad in G ausgibt. Welche Laufzeit ergibt sich, wenn G als Adjazenzmatrix gegeben ist?

Aufgabe 43

6 Punkte

- In welcher Reihenfolge werden die Knoten bei einer Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a jeweils zum ersten und letzten Mal besucht? Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachbarn in alphabetischer Folge besucht werden.



- Bestimmen Sie den zugehörigen Tiefen- bzw. Breitensuchbaum und identifizieren Sie jeweils alle Rückwärts-, Vorwärts- und Querkanten.
- Bestimmen Sie mit dem Algorithmus SCC aus der Vorlesung die starken Zusammenhangskomponenten und zeichnen Sie den azyklischen Komponenten-Digraphen von G .