Übungsblatt 9

Aufgabe 36

(a) Zeigen Sie, dass jede AC^0-Schaltkreisfamilie in eine äquivalente AC^0-Familie überführt werden kann, in der jeder Schaltkreis ein Baum ist und alle Pfade von einem beliebigen Gatter zu allen Eingängen dieselbe Länge haben.

(b) Zeigen Sie, dass eine solche Überführung auch für $\mathsf{AC}^0(p)$- und TC^0-Schaltkreisfamilien möglich ist.

Aufgabe 37

Die Klasse der sternfreien regulären Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ ist die kleinste Sprachklasse, die alle endlichen Sprachen über Σ enthält und unter Vereinigung, Komplement- und Produktbildung abgeschlossen ist.

(a) Zeigen Sie, dass alle sternfreien regulären Sprachen $A \subseteq \Sigma^*$ in FO[<] enthalten sind.

(b) Gilt hiervon auch die Umkehrung?

Aufgabe 38

Es sei $C = (V, E, \alpha, \beta, \omega)$ ein Schaltkreis mit n Eingängen und einem Ausgang über $\{\wedge, \vee\}$. Der Graph $G = (V, E)$ sei dabei ein Baum. Sei $w = w_1 w_2 \dots w_n \in \{0, 1\}^n$ eine Eingabe von C. Ein *Beweisbaum* von C bei Eingabe w ist ein Teilgraph T von G mit folgenden Eigenschaften:

- Das Ausgabegatter von C gehört zu T.
- Ist v ein Knoten in T mit $\beta(v) = \wedge$, so gehören alle Vorgängergatter von v in C auch zu T.
- Ist v ein Knoten in T mit $\beta(v) = \vee$, so gehört genau ein Vorgängergatter von v in C auch zu T.
- Für alle Gatter v, die zu T gehören, gilt: $\mathrm{val}_v(w_1 w_2 \dots w_n) = 1$.

Geben Sie einen Polynomialzeitalgorithmus an, der zu einen Schaltkreis C und einer Eingabe w wie oben beschrieben die Anzahl der Beweisbäume bestimmt.