

Übungsblatt 2

Aufgabe 5

mündlich

Betrachten Sie folgende Funktion SUB:

Eingabe: zwei Binärzahlen a und b der Länge n

Ausgabe: die Binärzahl mit dem Wert $\max\{0, a - b\}$

Konstruieren Sie einen möglichst kleinen Schaltkreis über der Basis \mathcal{B}_1 , der SUB berechnet.

Aufgabe 6

mündlich

Sei $f : \{0, 1\}^m \rightarrow \{0, 1\}$. Zeigen Sie, dass f über der Basis \mathcal{B}_1 in Tiefe 3 mit $O(2^m)$ Gattern berechenbar ist.

Aufgabe 7

mündlich

Beweisen Sie:

(a) Falls $g \in \text{FSize-Depth}(s, d)$ und $f \leq_{cd} g$, dann gilt

$$f \in \text{FSize-Depth}(s(n^{O(1)}) \cdot n^{O(1)}, d + \log n).$$

(b) Falls $g \in \text{FUnbSize-Depth}(s, d)$ und $f \leq_{cd} g$, dann gilt

$$f \in \text{FUnbSize-Depth}(s(n^{O(1)}) \cdot n^{O(1)}, d).$$

Aufgabe 8

mündlich

Wir betrachten folgende Problemstellung:

Problem: ZERO-MOD- 2^c

Eingabe: n Bits $x_1 \cdots x_n$

Frage: Gilt $\sum_{i=1}^n x_i \equiv 0 \pmod{2^c}$?

Zeigen Sie: ZERO-MOD- $2^c \leq_{cd} \oplus$.

Aufgabe 9

10 Punkte

Sei $\oplus = (\oplus^n)_{n \in \mathbb{N}}$. Zeigen Sie: $\oplus \leq_{cd} \text{MAJ}$.