Übungsblatt 1

Aufgabe 1 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass für jede Konstante $k \in \mathbb{N}$ gilt:

$$(\log \log n)^k = o(\log n).$$

Aufgabe 2 ***mündlich***

Die Funktion *len* : $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sei wie in der Vorlesung definiert:

$$\mathit{len}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ \lfloor \log_2 n + 1 \rfloor, & n \geq 1. \end{cases}$$

Weiter sei

$$\mathit{len}^{(i)}(n) = \begin{cases} n, & i = 0, \\ \mathit{len}(\mathit{len}^{(i-1)}(n)), & i \geq 1, \end{cases}$$

und für ein gegebenes n sei k minimal gewählt mit $\mathit{len}^{(k)}(n) \leq 2$. Zeigen Sie:

(a) $\sum_{i=2}^{k} \mathit{len}^{(i)}(n) = O(\log n)$,
(b) $\prod_{i=2}^{k} \mathit{len}^{(i)}(n) = O(\log n)$.

Aufgabe 3 ***mündlich***

Betrachten Sie die Funktion $\mathrm{LEQ}^{2n} : \{0,1\}^{2n} \to \{0,1\}$ mit

$$\mathrm{LEQ}^{2n}(a_{n-1} \cdots a_0 b_{n-1} \cdots b_0)^k = \begin{cases} 1, & \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i \leq \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $\mathrm{LEQ} \in \mathsf{UnbSize\text{-}Depth}(n, 1)$ liegt.

Aufgabe 4 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass alle regulären Sprachen $A \subseteq \{0,1\}^*$ in $\mathsf{Depth}(\log n)$ enthalten sind.