

Übungen zur Kryptologie II

4. Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

- Konstruieren Sie für jede Primzahl p und jede natürliche Zahl $l \geq 2$ eine stark universale (N, M) -Hashfamilie mit $N = (p^l - 1)/(p - 1)$, $M = p$ und $\|K\| = p^l$.
- Sei \mathcal{H} eine stark universale (N, M) -Hashfamilie. Konstruieren Sie auf der Basis von \mathcal{H} eine stark universale (N, M^l) -Hashfamilie \mathcal{H}' mit $\|K'\| = \|K\|^l$.

Aufgabe 2

Sei A eine $m \times l$ -Matrix über einem endlichen Körper K und sei $y \in K^m$. Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem

$$Ax = y$$

im Falle der Lösbarkeit genau $\|K\|^{l-r}$ Lösungen besitzt, falls r der Rang von A ist. Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Lösbarkeit des Gleichungssystems an.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass für jede (N, M) -Hashfamilie \mathcal{H} gilt: $p_{sub} = 1/M$ impliziert $p_{imp} = 1/M$.