

Theoretische Informatik 2

13. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 29.1.-1.2.

Abgabe der schriftlichen Lösungen am 5. Februar

Aufgabe 84 Zeigen Sie: [mündlich]

- Die Sprache $\{w\#x\#y \mid w, x, y \in \{0, 1\}^* \text{ und } M_w(x) = y\}$ ist RE-vollständig.
- Eine Sprache A ist genau dann RE-vollständig, wenn \bar{A} co-RE-vollständig ist.
- Die Klasse aller RE-vollständigen Sprachen und die Klasse aller co-RE-vollständigen Sprachen sind disjunkt.

Aufgabe 85 [mündlich]

Zeigen Sie, dass CSL eine echte Teilklasse von REC ist.

Aufgabe 86 [mündlich]

Entscheiden Sie die folgenden PCP-Instanzen.

- $\begin{pmatrix} a & ba & abb & bab \\ ab & ab & bb & abb \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} aaaa & aa \\ aaa & aaaaa \end{pmatrix}$

Geben Sie im positiven Fall eine PCP-Lösung an und beweisen Sie im negativen Fall, dass keine PCP-Lösung existiert.

Aufgabe 87 [mündlich]

Ist $\text{PCP}_{\{a\}}$ entscheidbar? Begründen Sie.

Aufgabe 88 [mündlich]

Zeigen Sie $\text{PCP} \leq \text{MPCP}$.

Aufgabe 89 [mündlich]

Betrachten Sie die 1-DTM $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$ mit $Z = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, \sqcup\}$, $E = \{q_3\}$ und den Anweisungen

$$\begin{array}{ll} \delta: & q_00 \rightarrow q_11R \quad (1) & q_10 \rightarrow q_00R \quad (4) \\ & q_01 \rightarrow q_10R \quad (2) & q_11 \rightarrow q_00L \quad (5) \\ & q_0\sqcup \rightarrow q_2\sqcup N \quad (3) & q_1\sqcup \rightarrow q_10L \quad (6) \end{array}$$

- Geben Sie die Rechnung an, die M bei Eingabe $w = 0110$ ausführt.
- Sei $\Sigma' = \Gamma \cup Z \cup \{\langle, |, \rangle\}$ und sei f die in der Vorlesung definierte Funktion, die die Sprache $L(M)$ auf die Sprache $\text{MPCP}_{\Sigma'}$ reduziert. Geben Sie für eine beliebige Eingabe $w \in \Sigma^*$ explizit die zugehörige MPCP-Instanz $f(w)$ an.
- Welche Lösungen hat die MPCP-Instanz $f(0110)$? Begründen Sie.

Aufgabe 90 [mündlich]

Zeigen Sie, dass folgende PCP-Variante entscheidbar ist:

Gegeben: Eine PCP-Instanz $\begin{pmatrix} x_1 \cdots x_k \\ y_1 \cdots y_k \end{pmatrix}$.

Gefragt: Gibt es Indexfolgen i_1, \dots, i_m und j_1, \dots, j_n mit $m, n \geq 1$ und $x_{i_1} \cdots x_{i_m} = y_{j_1} \cdots y_{j_n}$?

Aufgabe 91 Zeigen Sie: [10 Punkte]

- Für jede Folge $s = (x_1, \dots, x_k)$ von Binärstrings x_i ist die Sprache

$$L_s = \{0^{i_1} 10^{i_2} \cdots 10^{i_n} 11x_{i_n} \cdots x_{i_1} \mid n \geq 1, 1 \leq i_1, \dots, i_n \leq k\}$$

in DCFL.

- Das Schnittproblem für DPDAs ist unentscheidbar.