

# Einführung in die Theoretische Informatik

Johannes Köbler



Institut für Informatik  
Humboldt-Universität zu Berlin

WS 2017/18

Die Laufzeit einer NTM  $M$  bei Eingabe  $x$  ist die maximale Anzahl an Rechenschritten, die  $M(x)$  ausführt.

## Definition

- Die **Laufzeit** einer NTM  $M$  bei Eingabe  $x$  ist definiert als

$$time_M(x) = \sup\{t \geq 0 \mid \exists K : K_x \vdash^t K\},$$

wobei  $\sup \mathbb{N} = \infty$  ist.

- Sei  $t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  eine monoton wachsende Funktion.
- Dann ist  $M$   **$t(n)$ -zeitbeschränkt**, falls für alle Eingaben  $x$  gilt:

$$time_M(x) \leq t(|x|).$$

Die Zeitschranke  $t(n)$  beschränkt also die Laufzeit bei allen Eingaben der Länge  $n$  (**worst-case** Komplexität).

Wir fassen alle Sprachen und Funktionen, die in einer vorgegebenen Zeitschranke  $t(n)$  entscheidbar bzw. berechenbar sind, in folgenden **Komplexitätsklassen** zusammen.

## Definition

- Die in deterministischer Zeit  $t(n)$  entscheidbaren Sprachen bilden die Sprachklasse

$$\text{DTIME}(t(n)) = \{L(M) \mid M \text{ ist eine } t(n)\text{-zeitbeschränkte DTM}\}.$$

- Die in nichtdeterministischer Zeit  $t(n)$  entscheidbaren Sprachen bilden die Sprachklasse

$$\text{NTIME}(t(n)) = \{L(M) \mid M \text{ ist eine } t(n)\text{-zeitbeschränkte NTM}\}.$$

- Die in deterministischer Zeit  $t(n)$  berechenbaren Funktionen bilden die Funktionenklasse

$$\text{FTIME}(t(n)) = \left\{ f \mid \begin{array}{l} \text{es gibt eine } t(n)\text{-zeitbeschränkte} \\ \text{DTM } M, \text{ die } f \text{ berechnet} \end{array} \right\}.$$

# Die wichtigsten Zeitkomplexitätsklassen

- Die wichtigsten deterministischen Zeitkomplexitätsklassen sind

$$\text{LINTIME} = \bigcup_{c \geq 1} \text{DTIME}(cn + c) \quad \text{„Linearzeit“}$$

$$\text{P} = \bigcup_{c \geq 1} \text{DTIME}(n^c + c) \quad \text{„Polynomialzeit“}$$

$$\text{E} = \bigcup_{c \geq 1} \text{DTIME}(2^{cn+c}) \quad \text{„Lineare Exponentialzeit“}$$

$$\text{EXP} = \bigcup_{c \geq 1} \text{DTIME}(2^{n^c+c}) \quad \text{„Exponentialzeit“}$$

- Die nichtdeterministischen Klassen **NLINTIME**, **NP**, **NE**, **NEXP** und die Funktionenklassen **FLINTIME**, **FP**, **FE**, **FEXP** sind analog definiert.
- Für eine Klasse  $\mathcal{F}$  von Funktionen sei  $\text{DTIME}(\mathcal{F}) = \bigcup_{t \in \mathcal{F}} \text{DTIME}(t(n))$  (die Klassen **NTIME**( $\mathcal{F}$ ) und **FTIME**( $\mathcal{F}$ ) sind analog definiert).