

Übungsblatt 9

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 18.–21. 12. 2018
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 17. 12. 2018, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 8. 1. 2019 bis 15:10 Uhr
im Hörsaal vor der Vorlesung*

Essentielle Begriffe: PDA, FS-PDA, DPDA

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 50; 51; 54; 55

Aufgabe 50

8 Punkte

Betrachten Sie $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ aus **Aufgabe 44** mit
 $P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB$.

- (a) Konstruieren Sie aus G einen PDA M mit dem Verfahren aus der Vorlesung. (6 Punkte)
- (b) Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von M für $baab$ an. (2 Punkte)

Aufgabe 51

5 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass Kellerautomaten, die über Endzustände akzeptieren (FS-PDAs), genau dieselben Sprachen akzeptieren, wie PDAs (diese akzeptieren durch Leeren des Kellers). (mündlich)

Bemerkung: Dies impliziert $DCFL \subseteq CFL$.

- (b) Zeigen Sie, deterministische Kellerautomaten, die durch Leeren des Kellers akzeptieren, genau die präfixfreien Sprachen in DCFL charakterisieren. (5 Punkte)

Aufgabe 52

mündlich

Zeigen Sie, dass CFL und DCFL unter Schnitt und Mengendifferenz mit regulären Sprachen abgeschlossen sind. Beschreiben Sie dazu, wie aus einem beliebigen gegebenen FS-PDA M_A für $A \in CFL$ und einem DFA M_B für $B \in REG$ ein FS-PDA für $A \cap B$ konstruiert werden kann. Passen Sie danach Ihre Konstruktion für $A \setminus B$ an.

Aufgabe 53 Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}$.

mündlich

- (a) Geben Sie einen PDA M mit genau zwei Zuständen für L an.
- (b) Konstruieren Sie nach dem Verfahren aus der Vorlesung aus M einen äquivalenten PDA M' mit nur einem Zustand.
- (c) Konstruieren Sie aus M' eine äquivalente kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 54 Gegeben sei der PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$ **10+2 Punkte**
 mit $Z = \{p, q\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{A, B, \#\}$ und der Überföhrungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta : qa\# \rightarrow qAA\# & (1) & qaA \rightarrow qAA & (2) & qbA \rightarrow p & (3) & p\epsilon\# \rightarrow p & (4) \\ pbA \rightarrow p & (5) & pb\# \rightarrow pB\# & (6) & pbB \rightarrow pBB & (7) & pcB \rightarrow p & (8) \end{array}$$

- Konstruieren Sie zu M eine äquivalente kontextfreie Grammatik G nach den Verfahren aus der Vorlesung. Sie müssen nur G selbst angeben, nicht den zu M äquivalenten PDA mit nur einem Zustand. *(8 Punkte)*
- Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von $M(abbbcc)$ und die zugehörige Ableitung in der Grammatik G an. *(2 Punkte)*
- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an. *(2 Zusatzpunkte)*

Aufgabe 55 Betrachten Sie die Sprachen **7+2 Punkte**

$$\begin{aligned} L_1 &= \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}, & L_2 &= \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\}, \\ L_3 &= \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ und } i, j, k \geq 1\} & \text{und} & L_4 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k \text{ und } i, j, k \geq 1\}. \end{aligned}$$

- Geben Sie DPDAs für L_1 und L_3 an. *(mündlich)*
Bemerkung: Analog zu einem DPDA für L_1 kann man einen für L_2 konstruieren. Der Abschluss von DCFL unter \cap ist daher nicht in CFL enthalten, da $L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$.
- Beschreiben Sie, wie sich aus DPDAs für L_3 und L_4 ein DPDA für $L_3 \cup 0L_4$ konstruieren lässt. *(mündlich)*
- Zeigen Sie mittels der Sprache $(L_3 \cup 0L_4)^R$, dass DCFL nicht unter Spiegelung abgeschlossen ist. *(mündlich)*
Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis benutzen, dass für jedes $L \in \text{DCFL}$ über Σ auch die Sprache $L_{-a} = \{x \in (\Sigma \setminus \{a\})^* \mid xa \in L\}$ in DCFL ist. (Der Beweis dafür ist recht anspruchsvoll, siehe **Extraaufgabe K4**).
- Zeigen Sie, dass DCFL nicht unter Differenz abgeschlossen ist. *(3 Punkte)*
Hinweis: Benutzen Sie, dass DCFL nicht unter Vereinigung abgeschlossen ist.
- Zeigen Sie, dass die Sprachklasse DCFL auch nicht unter Sternhüllenbildung abgeschlossen ist. *(4 Punkte)*
Hinweis: In der Vorlesung wurde gezeigt, dass DCFL nicht unter Produktbildung abgeschlossen ist, da $\{\epsilon, 0\} \in \text{DCFL}$ und $L = L_3 \cup 0L_4 \in \text{DCFL}$, aber $\{\epsilon, 0\}L \notin \text{DCFL}$. Zeigen Sie $L \cup \{0\} \in \text{DCFL}$ und $(L \cup \{0\})^* \notin \text{DCFL}$.
- Zeigen Sie, dass DCFL nicht unter Homomorphismen (siehe **Extraaufgabe K1**) abgeschlossen ist. *(2 Zusatzpunkte)*