

Übungsblatt 11

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 16.1.–19. 1. 2018
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 15. 1. 2018, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:10 Uhr am 24. 1. 2018*

Essentielle Begriffe: LBA, DLBA, DCSL, REC, entscheidbar, semi-entscheidbar

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 66+70,67,68,69

Hinweis: Sie dürfen folgenden Satz ohne Beweis nutzen:

Sei $c \in \mathbb{N}$. Für jede k -NTM M , die für jede Eingabe x höchstens $c + c|x|$ Bandfelder besucht (d.h. $|u_1 a_1 v_1 \dots u_k a_k v_k| \leq c + c|x|$), gibt es einen LBA M' mit $L(M) = L(M')$. Falls M eine k -DTM ist, so kann M' als DLBA konstruiert werden.

Aufgabe 65 Zeigen Sie, dass CFL in DCSL enthalten ist. **mündlich**

Hinweis: Konstruieren Sie aus einer CNF-Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ eine 3-DTM, die für eine Eingabe der Länge n alle Satzformen $\alpha \in N^n$ (d.h. alle nur aus Nichtterminalen bestehenden Satzformen der Länge n) betrachtet. Nutzen Sie dann den Hinweis von oben, um die Existenz eines DLBA zu zeigen.

Bemerkung: Da L aus **Aufgabe 63** nicht kontextfrei ist, gilt also $\text{CFL} \not\subseteq \text{DCSL}$. Die Frage, ob auch $\text{DCSL} \not\subseteq \text{CSL}$ gilt, ist bis heute ungelöst und als *LBA-Problem* bekannt.

Aufgabe 66 Zeigen Sie: **5 Punkte**

- (a) Für jeden LBA (DLBA) M existiert ein LBA (DLBA) M' mit $L(M) = L(M')$, der bei jeder Eingabe hält und dies, falls ein Endzustand erreicht wird, direkt nach Erreichen des Endzustands tut. *(mündlich)*
- (b) DCSL und CSL sind unter \cup , \cap , Produkt und Sternhülle abgeschlossen. *(mündlich)*
- (c) $\text{DCSL} = \text{co-DCSL}$. (*Bemerkung:* Es gilt auch $\text{CSL} = \text{co-CSL}$.) *(5 Punkte)*

Hinweis: Nutzen Sie obigen Hinweis bei (b) und (c).

Aufgabe 67**11 Punkte**

Betrachten Sie den LBA $N = (\{p, q, r, s, t, d, e\}, \{a, \#\}, \{a, \hat{a}, \#, \hat{\#}, \sqcup\}, \delta, p, \{e\})$ mit

$$\delta: \begin{array}{llll} pa \rightarrow q \sqcup R, & qa \rightarrow qaR, & q\# \rightarrow r\#R, & r\# \rightarrow r\#R, \\ ra \rightarrow s\#R, & sa \rightarrow saR, & s\# \rightarrow t\#R, & t\# \rightarrow t\#R, \\ ta \rightarrow l\#L, & t\hat{a} \rightarrow d\hat{a}L, & la \rightarrow laL, & l\# \rightarrow l\#L, \\ l\sqcup \rightarrow p\sqcup R, & d\# \rightarrow d\#L, & d\sqcup \rightarrow e\sqcup N. & \end{array}$$

- (a) Geben Sie die von N erkannte Sprache an. *(mündlich)*
- (b) Wandeln Sie N mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine Typ-1-Grammatik G um. Sie dürfen dabei Regeln derselben Form mit Platzhaltern angeben, z.B. „ G enthält $\forall u \in \Sigma, v \in \Gamma$ die Regel ...“. *(7 Punkte)*
- (c) Geben Sie eine Ableitung in G für das Wort $a\#a\#a$ an. Sie dürfen mehrere Anwendungen von Regeln, die aus derselben Anweisung von N hervorgehen, zusammenfassen (d.h. \Rightarrow^* zwischen den Satzformen). *(4 Punkte)*

Aufgabe 68 Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:**7 Punkte**

- (1) A ist vom Typ 0,
 (2) A wird von einer 1-NTM akzeptiert.

Aufgabe 69 Zeigen Sie, dass $\text{CSL} \not\subseteq \text{REC}$ gilt.**7 Punkte***Hinweis:* Betrachten Sie die Sprache \overline{D} mit

$$D = \{w \in \{0, 1\}^+ \mid M_w \text{ ist ein LBA, der die Eingabe } \hat{w} \text{ akzeptiert}\}.$$

Aufgabe 70**6 Zusatzpunkte**

Ein k -PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, E)$ arbeitet wie ein Kellerautomat mit Endzuständen, verfügt aber über k Kellerspeicher. Falls $\Gamma = \{\#, A\}$ gilt und M kein zusätzliches $\#$ auf einen der Keller schreiben darf, bezeichnen wir M als k -CPDA (für engl. k -Counter-PDA).

- (a) Geben Sie sowohl den Definitions- als auch den Wertebereich der Überföhrungsfunktion δ an. *(mündlich)*
- (b) Wie lässt sich eine 1-NTM durch einen 2-PDA simulieren? *(mündlich)*
- * (c) Wie lässt sich ein PDA durch einen 2-CPDA simulieren? *(3 Zusatzpunkte)*
- * (d) Wie lässt sich ein 2-PDA (und somit auch eine 1-NTM) durch einen 2-CPDA simulieren? *(3 Zusatzpunkte)*