Einführung in die Künstliche Intelligenz

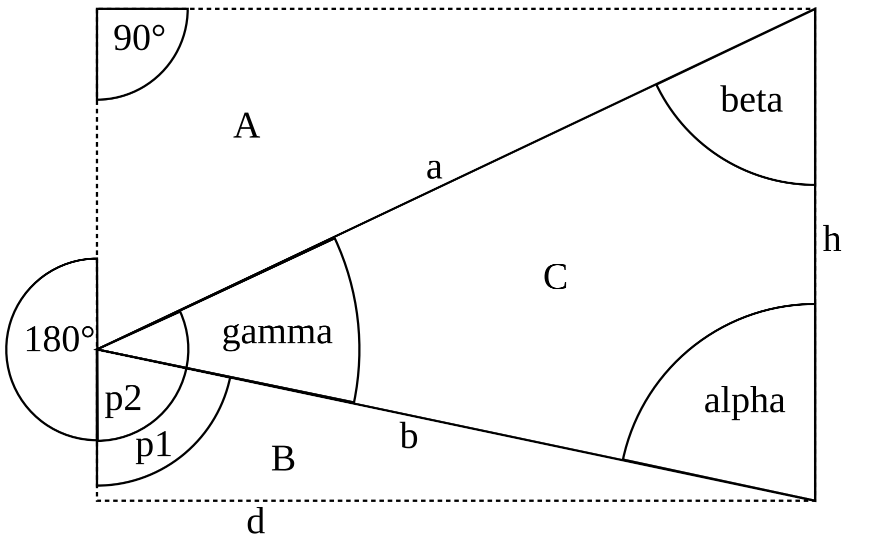
Lösung 2. Serie

Frank Morgner (196329) Sebastian Schütze (503009)
Hannes Wernicke (187756)
Arbeitsgruppe "'mehr licht"'

14. Dezember 2006

Aufgabe 1

Wollen wir die Distanz zu einem Objekt bestimmen, benötigen wir allein die Peilungswinkel zu zwei Punkten einer Strecke fester Länge. Wir nehmen also an, wir erhalten die Peilungswinkel $p_{1,2}$ zu den Eckpunkten links oben und links unten einer Markierungsfahne.



Wir wollen die Distanz d zu dem Objekt bestimmen. In Dreieck B gilt nach den Sinussatz

$$\frac{d}{\sin(p_1)} = \frac{b}{\sin(90°)} \Longleftrightarrow d = b \cdot \sin(p_1)$$

Im Dreieck A gilt ebenfalls nach Sinussatz

$$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{h}{\sin(\gamma)} \Longleftrightarrow b = \frac{h \cdot \sin(\beta)}{\sin(\gamma)}$$

wobei offensichtlich $\gamma = p_2 - p_1$ und im Dreieck A gilt

$$180° = (180° - p_2) + 90° + (90° - \beta) \Longleftrightarrow \beta = 180° - p_2$$

Setzt man nun ein, ergibt sich

$$d = \frac{h \cdot \sin(180° - p_2)}{\sin(p_2 - p_1)} \cdot \sin(p_1)$$

Die Entfernung können wir also zu jedem beliebigen Objekt bestimmen, sofern wir seine Höhe kennen. In unserem Beispiel seien das die drei mit Farben markierten Flags. Im Bezug auf ein Flag ergeben sich alle möglichen Positionen auf einem Kreis mit dem Radius d. Bei drei Flags ergeben sich also folgende drei Constraints:

$$\begin{aligned}
d^2_{Blau,Rot} &= (x + 1350)^2 + (y + 1950)^2 \\
d^2_{Rot,Blau} &= (x + 1350)^2 + (y - 1950)^2 \\
d^2_{Rot,Gelb} &= (x - 1350)^2 + (y - 1950)^2
\end{aligned}$$

wobei (x, y) die Koordinaten der Postition des Spielers auf dem Spielfeld entspricht. Wir nehmen hierbei an, dass die Bilder mit Blick nach vorn und zur Seite von *exakt* demselben Punkt aus aufgenommen wurden.

Aufgabe 2

Unter der Bedingung, dass der Image-Prozessor fehlerhafte Daten liefert, können wir eine Mindest- und eine maximale Entfernung zum angepeilten Objekt bestimmen.

In unseren Rechnungen beschränken wir uns darauf, einen absoluten Fehler F zu betrachten. Im Schlimmsten Fall treten die Fehler von p_1 und p_2 gleichzeitig auf und machen so die Entfernung des Spielers zum Objekt maximal oder minimal.

$$\begin{aligned}
d_{\min} &= \frac{h \cdot \sin(180° - (p_2 - F)) \cdot \sin(p_1 - F)}{\sin(p_2 - p_1)} \\
d_{\max} &= \frac{h \cdot \sin(180° - (p_2 + F)) \cdot \sin(p_1 + F)}{\sin(p_2 - p_1)}
\end{aligned}$$

Da die Position nun nicht mehr nur auf einer Kreisbahn, sondern in einem Ring (eingegrenzt von $d_{\max}, d_{\min}$) variieren kann, müssen wir die drei Constraints aus der vorigen Aufgabe wie folgt angleichen:

$$\begin{aligned}
d^2_{\max Blau,Rot} &\geq (x + 1350)^2 + (y + 1950)^2 \\
d^2_{\min Blau,Rot} &\leq (x + 1350)^2 + (y + 1950)^2 \\
d^2_{\max Rot,Blau} &\geq (x + 1350)^2 + (y - 1950)^2 \\
d^2_{\min Rot,Blau} &\leq (x + 1350)^2 + (y - 1950)^2 \\
d^2_{\max Rot,Gelb} &\geq (x - 1350)^2 + (y - 1950)^2 \\
d^2_{\min Rot,Gelb} &\leq (x - 1350)^2 + (y - 1950)^2
\end{aligned}$$

Nun werden wir konkrete Werte für die Peilungswinkel annehmen. Wir gehen davon aus, dass der Image-Prozessor uns zunächst genau Winkel liefert.

Sei $p_1 = 90°$ und $p_2 = 99,55°$ für alle drei Flags. Wir erhalten

$$d = \frac{400mm \cdot \sin(180° - 99,55)}{\sin(99,55 - 90)} \cdot \sin(90) = 400mm \cdot \frac{\sin(80,45)}{\sin(9,55)} = 2377mm$$

Wir sehen, dass mit diesen Werten für alle drei Flags gilt

$$d_{Rot,Blau} = d_{Blau,Rot} = d_{Rot,Gelb} \approx \sqrt{1950^2 + 1350^2}$$

Die drei Kreise schneiden sich also genau im Mittelpunkt des Spielfeldes. Somit erfüllt das Positionstupel $(0,0)$ als einziges die in Aufgabe 1 geforderten Constraints.

Um die Messgenauigkeit des Image-Prozessors ins Spiel zu bringen, genügt zu sagen, dass die Ungenauigkeit des Winkels um 10% sich auf eine Ungenauigkeit der Distanz um 10% niederschlägt. Der Lösungsraum für die Position erweitert sich auf die Fläche eines Dreieck mit runden Außenkanten (es wird begrenzt durch die maximalen und minimalen Kreisradien der drei Flags).