Einführung in die KI

Serie 2: Constraintprogrammierung I

Christoph Sawade
Matrikelnummer: 501730

Mathias Müller
Matrikelnummer: 501734

Abgabe: 14. Dezember 2006

a)

Wir definieren uns zunächst einige Variablen:

$$
\begin{aligned}
d_v &:= \text{Entfernung vom Betrachter Zur Fahne im Bild „vorne“} && [mm]\\
d_l &:= \text{Entfernung vom Betrachter Zur Fahne im Bild „links“} && [mm]\\
d_r &:= \text{Entfernung vom Betrachter Zur Fahne im Bild „rechts“} && [mm]\\
v.x &:= \text{x–Koordinate der Fahne im Bild „vorne“} && [mm]\\
v.y &:= \text{y–Koordinate der Fahne im Bild „vorne“} && [mm]\\
l.x &:= \text{x–Koordinate der Fahne im Bild „links“} && [mm]\\
l.y &:= \text{y–Koordinate der Fahne im Bild „links“} && [mm]\\
r.x &:= \text{x–Koordinate der Fahne im Bild „rechts“} && [mm]\\
r.y &:= \text{y–Koordinate der Fahne im Bild „rechts“} && [mm]
\end{aligned}
$$

Ausgehend vom 1.Bild („vorne“) erhält man eine Reihe möglicher Positionen des Betrachters auf dem Spielfeld. Wie wir in Serie 1 Aufgabe 5 gezeigt haben kann man die Entfernung d zu den jeweiligen Fahnen recht einfach bestimmen. Hat man dies getan, so wird der Bereich möglicher Positionen auf den Kreisausschnitt mit dem Radius d_v und dem Mittelpunkt $(v.x, v.y)$ eingeschränkt. Durch die damit verbundene lokal konsistente Einschränkung wird auch der Wertebereich von x und y maximal eingeschränkt. Unter Betrachtung des zweiten und dritten Bildes („links“ bzw. „rechts“) lassen sich nun weitere Einschränkungen finden. Auch bei diesen beiden existieren Kreisausschnitte (beschrieben durch die jeweiligen Entfernungen d_l und d_r) für analoge Einschränkungen. Die global konsistente Einschränkung (abgesehen auf Messfehler, sicher existent) beschreibt genau den Schnittpunkt (bzw. eine Fläche um diesen) zwischen den drei Kreisausschnitten.

Wir können damit formal unser CSP angeben:
Sei $V := \{x, y\}$ die Variablenmenge und $H := \{d_v, d_l, d_r, v.x, v.y, l.x, l.y, r.x, r.y\}$ eine Menge von Hilfsvariablen.

$$Dom(x) = [-3000; 3000]$$
$$Dom(y) = [-2000; 2000]$$
$$Dom(V) = Dom(x) \times Dom(y) = [-3000; 3000] \times [-2000; 2000]$$

Wir definieren uns für jedes gegebene Bild ein Constraint:

$$C_i \subseteq Dom(x) \times Dom(y) \qquad i \in \{v, l, r\}$$

$$C_v = \left\{[x, y] \in Dom(V) : (x - v.x)^2 + (y - v.y)^2 = {d_v}^2\right\}$$
$$C_l = \left\{[x, y] \in Dom(V) : (x - l.x)^2 + (y - l.y)^2 = {d_l}^2\right\}$$
$$C_r = \left\{[x, y] \in Dom(V) : (x - r.x)^2 + (y - r.y)^2 = {d_r}^2\right\}$$

b)

$x_l = 17$	Höhe der Fahne im Bild „links“	$[mm]$
$x_v = 19$	Höhe der Fahne im Bild „vorn“	$[mm]$
$x_r = 21$	Höhe der Fahne im Bild „rechts“	$[mm]$
$h = 90$	Höhe des Bildes	$[mm]$
$h_p = 400$	physikalische Höhe des Objekts	$[mm]$
$\beta = 44°$	vertikale Öffnungswinkel der Kamera	$[mm]$

Nach Serie 1 Aufgabe 5 gilt:

$$d_{Obj}(x) = \frac{h \cdot h_p}{2 \cdot x \cdot \tan \frac{\beta}{2}}$$
$$d_{Obj}(x_l) = 2620mm$$
$$d_{Obj}(x_v) = 2344mm$$
$$d_{Obj}(x_r) = 2121mm$$

Nach Einsetzen der physikalischen Werte ergibt sich:

$$C_v = \left\{[x, y] \in Dom(V) : (x + 1350)^2 + (y - 1950)^2 = 5494336\right\}$$
$$C_l = \left\{[x, y] \in Dom(V) : (x + 1350)^2 + (y + 1950)^2 = 6864400\right\}$$
$$C_r = \left\{[x, y] \in Dom(V) : (x - 1350)^2 + (y - 1950)^2 = 4498641\right\}$$

Am Beispiel von C_v erläutern wir nun unser Vorgehen. Im Schritt i sei $x_i = [x_{min_i}, x_{max_i}]$. Wie man sieht kann man $x_{max_{i+1}}$ nach oben maximal konsistent einschränken, wenn $y \approx 1950$. Man bestimmt also $x_{max_{i+1}}$ in dem man für $y^* = 1950 + \Delta$ (mit $y^* \in y$ und Δ minimal) wählt und in die Constraintgleichung einsetzt. Die untere Schranke x_{i+1} ergibt sich für ein minimales y^*, das man auch hier in die Constraintgleichung einsetzt und somit die Unbekannten auf das gewünschte x reduziert. Aufgrund der Symmetrie berechnet sich y_i ähnlich. Für die weiteren Constraints gilt analoges.

c)

`Programmiersprache:` C++
Wir haben unser Programm auf `Amsel` getestet. Ein Makefile für den g++ liegt anbei.