

## Übungsblatt 8

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 13.–16. 12. 2022  
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 13. 12. 2022, 8:00 Uhr  
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 3. 1. 2023, 23:59 Uhr*

**Aufgabe 47** Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ .

**6 Punkte**

Finden Sie Grammatiken beliebigen Typs für die unten stehenden Sprachen an. Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik und erläutern Sie dabei die Funktion der Regeln.

- (a)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$ , (mündlich)  
(b)  $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt so viele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$ , (mündlich)  
(c)  $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \text{ teilt } \#_b(w)\}$ , (mündlich)  
(d)  $L_4 = \{a^n b^m a^l \mid n, m, l \in \mathbb{N}, l = m - n\}$ . (6 Punkte)

**Aufgabe 48** Sei  $G = (\{A, B, C, D\}, \{a\}, P, A)$  mit

**mündlich**

$$\begin{array}{ll} P: & A \rightarrow ABCCC, B & B \rightarrow aa, C \\ & C \rightarrow a, A, D & D \rightarrow E, aaa, \varepsilon \\ & E \rightarrow F, aa & F \rightarrow a, \varepsilon \end{array}$$

- (a) Wandeln Sie die Grammatik  $G$  mit den Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik  $G_{\text{CNF}}$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um. Gehen Sie dabei in folgender Reihenfolge vor: Ersetzen der Terminale durch Nichtterminale, Auflösen von rechten Seiten mit mehr als 2 Nichtterminalen, Umwandlung in eine Grammatik für  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  ohne  $\varepsilon$ -Regeln, Entfernen von Variablenumbenennungen  
(b) Welchen Nachteil für den Arbeitsaufwand hätte es, die Entfernung der  $\varepsilon$ -Regeln als ersten Schritt durchzuführen?

**Aufgabe 49** Sei  $G = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{a, b\}, P, A)$  mit

**9 Punkte**

$$\begin{array}{lll} P: & A \rightarrow BAB, EFa & B \rightarrow bb, D & D \rightarrow a, C \\ & C \rightarrow AB, B, ba & E \rightarrow F, EE, b & F \rightarrow CF, a \end{array}$$

Wandeln Sie die Grammatik  $G$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik  $G'$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um. Führen Sie die Teilschritte in derselben Reihenfolge durch wie in [Aufgabe 48](#).

**Aufgabe 50****8 Punkte**

Betrachten Sie die Grammatik  $G = (\{S\}, \{(\cdot), 0, +\}, \{S \rightarrow 0, (S + S)\}, S)$ .

- (a) Geben Sie für  $l = 5$  alle Zerlegungen des Wortes  $z = ((0+(0+0))+0)$  in  $z = uvwxy$  an, die die Bedingungen der Konklusion des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen erfüllen. *(mündlich)*
- (b) Zeigen Sie, dass die Pumpingzahl von  $L(G)$  nach Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen 5 ist. *(5 Punkte)*
- (c) Geben Sie für eine der Zerlegungen  $uvwxy$  aus a) Syntaxbäume für die drei Wörter  $uv^iwx^iy$  mit  $i \in \{0, 1, 2\}$  an. Sie dürfen für identische Teilbäume Symbole o.ä. nutzen. *(3 Punkte)*

**Aufgabe 51****7 Punkte**

Zeigen Sie mittels Pumping-Lemma, dass folgende Sprachen nicht kontextfrei sind.

- (a)  $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) < \#_b(w) < \#_c(w)\}$  *(mündlich)*
- (b)  $L_2 = \{a^n b^m c^{n \cdot m} \mid n, m \geq 0\}$  *(7 Punkte)*