

Übungsblatt 9

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 3.1.–6. 1. 2017
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:10 Uhr am 11. 1. 2017*

Essentielle Begriffe: k -NTM, k -DTM, Konfiguration, akzeptierte Sprache $L(M)$ einer k -NTM M

Abzugeben sind 3 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 64 ; 65 ; 66

Aufgabe 60

mündlich

Lokalisieren Sie folgende Sprachen möglichst exakt innerhalb der Chomsky-Hierarchie (inklusive DCFL). Zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Einordnung.

- (a) $L_1 = \{(ab)^n a^m b^n \mid 1 \leq n < m\}$,
- (b) $L_2 = \{a^{|w|} b^{|w|} \mid w \in L_1\}$,
- (c) $L_3 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \leq |y|\}$,
- (d) $L_4 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \geq |y|\}$.

Aufgabe 61

mündlich

Sei $M = (\{z_0, z_1, z_2\}, \{a, b\}, \{a, b, \sqcup\}, \delta, z_0, \{z_2\})$ eine DTM mit

$$\delta: \begin{array}{lll} z_0 a \rightarrow z_1 b N, & z_0 b \rightarrow z_1 a N, & z_0 \sqcup \rightarrow z_2 \sqcup N, \\ z_1 a \rightarrow z_0 a R, & z_1 b \rightarrow z_0 b R, & z_1 \sqcup \rightarrow z_0 \sqcup R. \end{array}$$

- (a) Geben Sie die Rechnung (Konfigurationsfolge) von $M(aabba)$ an.
- (b) Beschreiben Sie informell das Verhalten von M , wenn M im Zustand z_0 mit einer beliebigen Bandinschrift gestartet wird.

Aufgabe 62

mündlich, optional

Geben Sie eine 3-DTM an, die zwei natürliche Zahlen x, y in Binärdarstellung addiert, falls $|\text{bin}(x)| > |\text{bin}(y)|$ und sonst mit beliebiger Ausgabe hält. Als Startkonfiguration enthält das erste Band $\text{bin}(x)$, das zweite $\text{bin}(y)$ und das dritte Band ist leer. Das Ergebnis, also die Summe der Eingaben, soll auf dem dritten Band stehen.

Aufgabe 63

mündlich

Konstruieren (und erläutern) Sie eine 1-DTM, die eine Folge von Nullen und Einsen sortiert. Ausgehend von der Startkonfiguration $q_0 0110010110$ soll sie in einer Konfiguration der Form $\sqcup p 0000011111 \sqcup$ stoppen.

Aufgabe 64 Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$.
Geben Sie einen DLBA für L an und erläutern Sie Ihre Konstruktion.

10 Punkte

Aufgabe 65

8 Punkte

Geben Sie kontextsensitive Grammatiken für L_1 und L_2 an und erläutern Sie Ihre Konstruktion. (*Bemerkung:* L_1 und L_2 sind in $\text{DCSL} \setminus \text{CFL}$.)

- (a) $L_1 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$, (mündlich)
 (b) $L_2 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. (8 Punkte)

Aufgabe 66

12 Punkte

Für eine Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ bezeichne T_m^n die Menge der Satzformen bis zur Länge n , die sich in höchstens m Schritten aus dem Startsymbol S ableiten lassen.

- (a) Geben Sie für $m \geq 0$ die Mengen T_m^6 mit alphabetisch geordneten Einträgen (bei gleichen Buchstaben Nichtterminal vor Terminal) für die Typ-1-Grammatik $G = (V, \{a, b\}, P, A)$ mit $V = \{A, B, C\}$ und folgenden Regeln an:

$$\begin{array}{llll}
 P: & A \rightarrow BabC & (1) & Ba \rightarrow Cba, aBa & (2, 3) \\
 & bCB \rightarrow aCb & (4) & C \rightarrow b & (5) \\
 & bC \rightarrow BbCa, bCb & (6, 7) & & (5 \text{ Punkte})
 \end{array}$$

- (b) Zeigen Sie, dass falls $T_m^n = T_{m+1}^n$ gilt, auch $\Sigma^n \cap L(G) = T_m^n \cap \Sigma^n$ gilt, d.h. T_m^n enthält dann bereits alle Wörter der Länge n aus $L(G)$. (3 Punkte)
 (c) Beschreiben Sie informell einen Algorithmus, der folgendes Problem löst und begründen Sie kurz, warum dieser immer terminiert.

WORTPROBLEM FÜR KONTEXTSENSITIVE GRAMMATIKEN

Gegeben: Eine kontextsensitive Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$
und ein Wort $x \in \Sigma^*$

Gefragt: Ist x in $L(G)$? (4 Punkte)