

Übungsblatt 2

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 17.–20. 11. 2020
 Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 16. 11. 2020, 23:59 Uhr
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 24. 11. 2020, 23:59 Uhr*

Für jede schriftliche Aufgabe ist eine PDF-Datei abzugeben. Schreiben Sie **alle** Ihre Namen, Ihre **HU-Accountnamen** (nicht Mnr.), Ihre Abgabegruppe (z.B. AG123) aus Moodle in jede PDF-Datei. Benennen Sie die PDF-Datei nach Aufgabe und Nachnamen wie folgt: **A013-Musterfrau-Beispiel.pdf** für Aufgabe 13 von Lisa Musterfrau und Mark Beispiel.

Aufgabe 9 Seien A, B, C Sprachen. Zeigen oder widerlegen Sie: *mündlich*

- (a) $(\{a\}^* \{b\}^*)^* = (\{a, b\}^*)^2$, (b) $(\{a\}^* \{b\}^*)^* = (\{a, b\}^2)^*$,
 (c) $A(B \cup C) = AB \cup AC$, (d) $A(B \cap C) = AB \cap AC$.

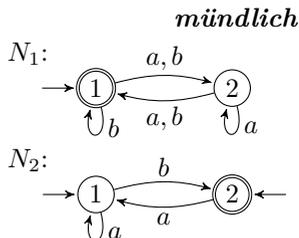
Aufgabe 10 *mündlich*

Sei $L_1 \subseteq \{a, b\}^*$ die Sprache der Wörter, die *aba* als Teilwort enthalten.

- (a) Geben Sie einen NFA N für L_1 an und zeigen Sie, dass $L(N) = L_1$ ist.
 (b) Konstruieren Sie den zu N gehörigen Potenzmengenautomaten.

Aufgabe 11 Betrachten Sie die NFAs N_1 und N_2 .

- (a) Konstruieren Sie den Kreuzprodukt-NFA N mit $L(N) = L(N_1) \cap L(N_2)$. Die Konstruktion ist analog zu der von Kreuzprodukt-DFAs aus der Vorlesung.
 (b) Geben Sie explizite Beschreibungen (Mengenschreibweise oder informell) der Sprachen $L(N_1)$, $L(N_2)$ und $L(N)$ an.



Aufgabe 12 *mündlich*

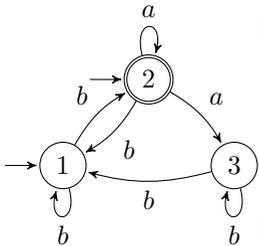
Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass dann auch die folgenden Sprachen regulär sind, indem Sie beschreiben wie Sie aus einem beliebigen DFA für L einen DFA (oder NFA) für diese Sprachen konstruieren. Begründen Sie jeweils auch die Korrektheit des von Ihnen konstruierten Automaten.

- (a) $\text{prefix}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : xy \in L\}$,
 (b) $\text{suffix}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : yx \in L\}$,
 (c) $L^R = \{x^R \mid x \in L\}$, (x^R bezeichnet das gespiegelte Wort, z.B. $abcd^R = dcba$)
 (d) L^+ .

Aufgabe 13 Betrachten Sie die Sprachen**10 Punkte**

$A = \{u \in \{a, b\}^* \mid u \text{ endet mit } b\}$ und $B = \{v \in \{a, b\}^* \mid \#_a(v) \text{ ist ungerade}\}$.

- (a) Geben Sie für A und B je einen DFA (M_A / M_B) mit 2 Zuständen an. (2 Punkte)
 (b) Konstruieren Sie aus M_A und M_B mit dem Algorithmus aus der Vorlesung einen NFA N für das Produkt $L = AB$. (4 Punkte)
 (c) Konstruieren Sie aus M_B einen NFA N_{B^*} für die Sternhülle B^* von B mit dem Algorithmus aus der Vorlesung. (4 Punkte)

Aufgabe 14 Gegeben sei folgender NFA N .**12 Punkte**

- (a) Geben Sie die Sprachen $L(N)$ und $\overline{L(N)}$ an. (2 Punkte)
 (b) Wandeln Sie den NFA N mittels der in der Vorlesung vorgestellten Potenzmengenautomatenkonstruktion in einen DFA M um. Lassen Sie dabei überflüssige (d.h. vom neuen Startzustand nicht erreichbare) Zustände weg. (7 Punkte)
 (c) Geben Sie sämtliche in M nicht erreichbaren Zustände an. (1 Punkt)
 (d) Geben Sie reguläre Ausdrücke für die Sprache $L(N)$ und ihr Komplement $\overline{L(N)}$ an. (2 Punkte)

Aufgabe 15 Sei $\Sigma = \{a, b\}$.**8 Punkte**

Geben Sie kurze explizite Beschreibungen der Sprachen $L(\gamma_i), i \in \{1, 2, 3\}$ an, z.B. „enthält genau die Wörter, die mit a beginnen“ für $L(a(a|b)^*)$. Es genügt nicht, nur in Mengenschreibweise zu übersetzen (d.h. nicht $\{a, b\}^* \{bab\} \{a, b\}^*$ bei a).

- (a) $\gamma_1 = (a|b)^* bab(a|b)^*$ (1 Punkt)
 (b) $\gamma_2 = (a|b)^* a(a|b)^* a(a|b)^* |(a|b)^* b(a|b)^* b(a|b)^*$ (1 Punkt)
 (c) $\gamma_3 = (aab|abb|bab|bbb)^* (a|b|\varepsilon)(a|b|\varepsilon)$ (2 Punkte)

Geben Sie kurze reguläre Ausdrücke γ_4 bis γ_6 für die Sprachen L_4 bis L_6 an.

- (d) $L_4 = \{x_1 \dots x_n \in \Sigma^* \mid n \in \mathbb{N}, (x_1 = x_n \text{ oder } n = 0)\}$ (1 Punkt)
 (e) $L_5 = L_4^*$ (1 Punkt)
 (f) $L_6 = \{x \mid \text{die Anzahl der } bs \text{ in } x \text{ ist ungleich } 2\}$ (2 Punkte)