

## Theoretische Informatik 2

### 7. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 4.-7. Dezember  
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 11. Dezember

#### Aufgabe 41 [mündlich]

Welche Sprachen können von PDAs erkannt werden, die Überfunktionsfunktionen der Form  $\delta: Z \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*)$  haben?

#### Aufgabe 42 [mündlich]

Sei  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB$$

und sei  $w = aaabbabbba$ .

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(G)$  an.
- Zeigen Sie  $w \in L(G)$ , indem Sie eine Links- und eine Rechtsableitung sowie einen Ableitungsbaum für  $w$  angeben.
- Ist  $G$  mehrdeutig?

#### Aufgabe 43 [mündlich]

Ein EPDA (extended PDA) ist ein 6-Tupel  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$ . Dabei haben  $Z, \Sigma, \Gamma$  und  $q_0$  die gleiche Funktion wie bei einem PDA und  $E \subseteq Z$  ist eine Menge von Endzuständen. Die Überfunktionsfunktion hat die Form

$$\delta: Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \rightarrow \mathcal{P}_e(Z \times \Gamma^*),$$

wobei  $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$  endlich ist. Analog zum PDA überführt eine Anweisung  $qu\alpha \rightarrow p\gamma$  die Konfiguration  $(q, uv, \alpha\beta)$  in die Folgekonfiguration  $(p, v, \gamma\beta)$  (in Zeichen:  $(q, uv, \alpha\beta) \vdash (p, v, \gamma\beta)$ ). Das Kelleranfangszeichen entfällt. Die von  $M$  akzeptierte Sprache ist

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}.$$

- Zeigen Sie, dass  $\{L(M) \mid M \text{ ist ein EPDA}\} = \text{CFL}$  ist.
- Zeigen Sie, dass ohne die Bedingung „ $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$  ist endlich“ jede Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  von einem EPDA erkannt wird.

#### Aufgabe 44 Betrachten Sie die Sprache [mündlich]

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}.$$

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  für  $L$  an.
- Wandeln Sie  $G$  in eine CNF-Grammatik  $G'$  um.
- Weisen Sie mit dem CYK-Algorithmus nach, dass das Wort  $baaba \in L$  von Ihrer Grammatik  $G'$  erzeugt wird.

#### Aufgabe 45 Zeigen Sie mittels der Sprache [mündlich]

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.

#### Aufgabe 46 [5 Punkte]

Betrachten Sie den PDA  $M = (\{q, p\}, \{a, b, c\}, \{A, B, \#\}, \delta, q, \#)$  mit

$$\begin{array}{llll} \delta : q\epsilon\# \rightarrow q, & (1) & qa\# \rightarrow qA\#, & (2) & qaA \rightarrow qAA, & (3) \\ & & qbA \rightarrow p, & (4) & p\epsilon\# \rightarrow q, & (5) & pbA \rightarrow p, & (6) \\ & & pb\# \rightarrow pB\#, & (7) & pbB \rightarrow pBB, & (8) & pcB \rightarrow q, & (9) \\ & & qcB \rightarrow q. & (10) & & & & \end{array}$$

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(M)$  an.
- Konstruieren Sie ausgehend von  $M$  eine kontextfreie Grammatik  $G$  für  $L$ . Benutzen Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

#### Aufgabe 47 [5 Punkte]

Gegeben sei die Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  mit  $V = \{S, L, R\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und  $P: S \rightarrow LR, SS, a; L \rightarrow a; R \rightarrow SR, b$ .

- Geben Sie alle Satzformen  $\alpha$  von  $G$  der Länge  $|\alpha| \leq 3$  an.
- Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um die Zugehörigkeit von  $aaaabb = a^4b^2$  zu  $L(G)$  zu testen.