

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 14) Sei die Anzahl X_t der in einer Zeiteinheit ausgesendeten Teilchen durch eine Poisson-Verteilung beschrieben:

$$\pi(X_t = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein ausgesendetes Teilchen beobachtet wird sei p . Sei A_k das Ereignis, daß genau k Teilchen ausgesendet werden und B_i das Ereignis, daß genau i Teilchen beobachtet werden.

- a) (1 P.) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(B_i|A_k)$ an!
- b) (1 P.) Berechnen Sie $P(B_i \cap A_k)$!
- c) (2 P.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B_i)$, daß genau i Teilchen beobachtet werden!
(Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 14b!)

Aufg. 15) (3 P.) (Rosinenbrötchenaufgabe)

Aus einem Teig, in dem sich eine gewisse Anzahl von Rosinen, sagen wir n Stück, befindet, sollen Brötchen gebacken werden. Der Teig wird dazu mehrmals durchgeknetet und danach in N gleiche Teile, die dann zu Brötchen gebacken werden, zerlegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält ein zufällig herausgegriffenes Brötchen mindestens eine Rosine?

Aufg. 16) Es sei

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & \text{falls } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 + 3x - \frac{3}{2}, & \text{falls } 1 \leq x < 2 \\ \frac{(3-x)^2}{2}, & \text{falls } 2 \leq x < 3 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) (2 P.) Beweisen Sie, daß $f(x)$ eine Dichtefunktion ist.
- b) (1 P.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 1.9)$, wenn X eine Zufallsvariable mit der Dichtefunktion f ist!