

## Übungsblatt 7

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 5.–9. 12. 2011  
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 11:10 am 14. 12. 2011*

**Aufgabe 47** Betrachten Sie die Sprache **mündlich**

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}.$$

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  für  $L$  an.
- Wandeln Sie  $G$  in eine CNF-Grammatik  $G'$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um.
- Testen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob das Wort *abbab* von Ihrer Grammatik  $G'$  erzeugt wird.

**Aufgabe 48** **10 Punkte**

Gegeben sei die Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  mit  $V = \{S, L, R\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und den Regeln  $P: S \rightarrow LR, SS, a; L \rightarrow a; R \rightarrow SR, b$ .

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(G)$  an. *(3 Punkte)*

*Hinweis:* Betrachten Sie zunächst die Produktionenmenge  $P' = P \setminus \{S \rightarrow a\}$ .

- Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um die Zugehörigkeit von  $aaaabb = a^4b^2$  zu  $L(G)$  zu testen. *(7 Punkte)*

**Aufgabe 49** **mündlich, optional**

Ein EPDA (extended PDA) ist ein 6-Tupel  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$ . Dabei haben  $Z$ ,  $\Sigma$ ,  $\Gamma$  und  $q_0$  die gleiche Funktion wie bei einem PDA und  $E \subseteq Z$  ist eine Menge von Endzuständen. Die Überföhrungsfunktion hat die Form

$$\delta: Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \rightarrow \mathcal{P}_e(Z \times \Gamma^*),$$

wobei  $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$  endlich ist. Analog zum PDA überföhrt eine Anweisung  $q\alpha \rightarrow p\gamma$  die Konfiguration  $(q, uv, \alpha\beta)$  in die Folgekonfiguration  $(p, v, \gamma\beta)$  (in Zeichen:  $(q, uv, \alpha\beta) \vdash (p, v, \gamma\beta)$ ). Das Kellernfangszeichen entfällt. Die von  $M$  akzeptierte Sprache ist

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}.$$

- Zeigen Sie, dass  $\{L(M) \mid M \text{ ist ein EPDA}\} = \text{CFL}$  ist.

- Zeigen Sie, dass ohne die Bedingung „ $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$  ist endlich“ jede Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  von einem EPDA erkannt wird.
- Welche Sprachen können von PDAs erkannt werden, die Überföhrungsfunktionen der Form  $\delta: Z \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*)$  haben?

**Aufgabe 50** **10 Punkte**

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Begründen Sie.

- $L_1 = \{a^l b^m a^n \mid m \leq \max(l, n)\}$ , *(mündlich)*
- $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) < \#_b(w) < \#_c(w)\}$ , *(mündlich)*
- $L_3 = \{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$ , *(5 Punkte)*
- $L_4 = \{baba^2ba^3b \dots ba^{n-1}ba^n b \mid n \geq 1\}$ . *(5 Punkte)*

**Aufgabe 51** **mündlich**

Sei  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB.$$

- Geben Sie alle Satzformen  $\alpha$  von  $G$  der Länge  $|\alpha| \leq 4$  an.
- Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(G)$  an.
- Konstruieren Sie aus  $G$  einen PDA  $M$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung.
- Zeigen Sie  $aabbab \in L(G)$ , indem Sie eine Links- und eine Rechtsableitung sowie einen Ableitungsbaum und eine akzeptierende Rechnung von  $M$  angeben.
- Ist  $G$  mehrdeutig?

**Aufgabe 52** Gegeben sei die Sprache **mündlich**

$$L = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}.$$

- Geben Sie einen PDA  $M$  für  $L$  an und beweisen Sie dessen Korrektheit.
- Konstruieren Sie aus  $M$  eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

**Aufgabe 53** **10 Punkte**

Gegeben sei der Kellerautomat  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$  mit  $Z = \{p, q\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,  $\Gamma = \{A, B, \#\}$  und der Überföhrungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta: q\varepsilon\# \rightarrow q & (1) & qa\# \rightarrow qA\# & (2) & qaA \rightarrow qAA & (3) & qbA \rightarrow pA & (4) \\ p\varepsilon\# \rightarrow q & (5) & pbA \rightarrow p & (6) & pb\# \rightarrow pB\# & (7) & pbB \rightarrow pBB & (8) \\ pcB \rightarrow q & (9) & qcB \rightarrow q. & (10) & & & & \end{array}$$

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(M)$  an. *(2 Punkte)*
- Konstruieren Sie zu  $M$  eine äquivalente kontextfreie Grammatik  $G$ . Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung. *(5 Punkte)*
- Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von  $M(\text{abbbbcc})$  und die zugehörige Ableitung in der Grammatik  $G$  an. *(3 Punkte)*