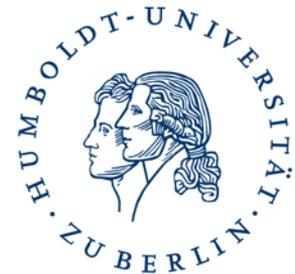


Algorithmische Bioinformatik

Gene Finding und Markov-Modelle

Ulf Leser

Wissensmanagement in der
Bioinformatik



Ziel dieser Vorlesung

- Einblick in statistische Verfahren
- Statistisches Patternmatching verstehen (eine Variante)
- Biologischer Hintergrund: Struktur von Genen

Inhalt der Vorlesung

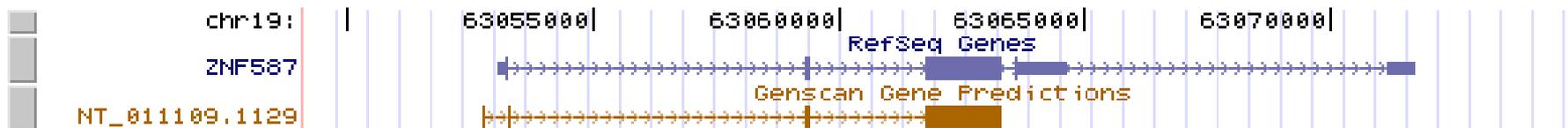
- Gene Finding
- Struktur von Genen
- CpG Inseln und Markov Modelle

Gene Finding

- Wichtigster Bestandteil eines Genoms sind seine Gene
 - Unsere Definition: Teil eines Chromosoms, der in ein **Protein übersetzt** wird
- Wie kann man Gene finden?
 - **Experimentell**: mRNA sequenzieren – im Genom suchen
 - Findet Gene nur teilweise
 - Findet nur schwer Splicevarianten
 - Findet nur Gene, die in den untersuchten Proben exprimiert werden
 - **Homologie**: Ähnliche Sequenzen in evolutionär entfernten Spezies
 - Generiert nur Hypothese, keinen Beweis (z.B. Pseudo Genes)
 - Findet auch nicht-kodierende, aber konservierte Bereiche
 - Findet gerade **speziesspezifische Gene** nicht

Gene Prediction

- Kann man **Gene vorhersagen**?
 - Ist an der Sequenz eines Gens irgendwas besonderes?
 - Kann man die Unterschiede aus bekannten Genen lernen?
 - Kann man das Gelernte zur Vorhersage neuer Gene benutzen?
- Gene Prediction
 - Aktuelle Verfahren benutzen **alle verfügbaren Informationen**
 - Basenzusammensetzung, Bindungsstellen, Splicesignale, Phylogenie, ...
 - GRAIL, GeneWise, Gene-ID, GeneScan, ...
 - Vorhergesagte Gene werden oft als „putative“ in die aktuellen Genomannotationen übernommen



Inhalt der Vorlesung

- Gene Finding
- Struktur von Genen
- CpG Inseln und Markov Modelle

Prokaryoten versus Eukaryoten

(B) PROCARYOTES

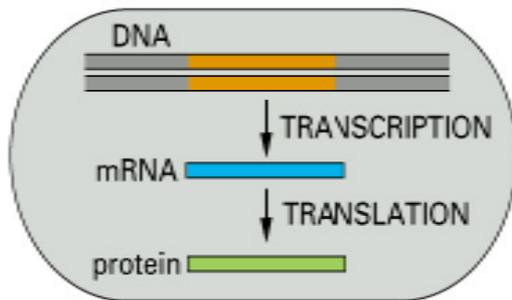


Figure 6-21 part 2 of 2. Molecular Biology of the Cell, 4th Edition.

(A) EUCARYOTES

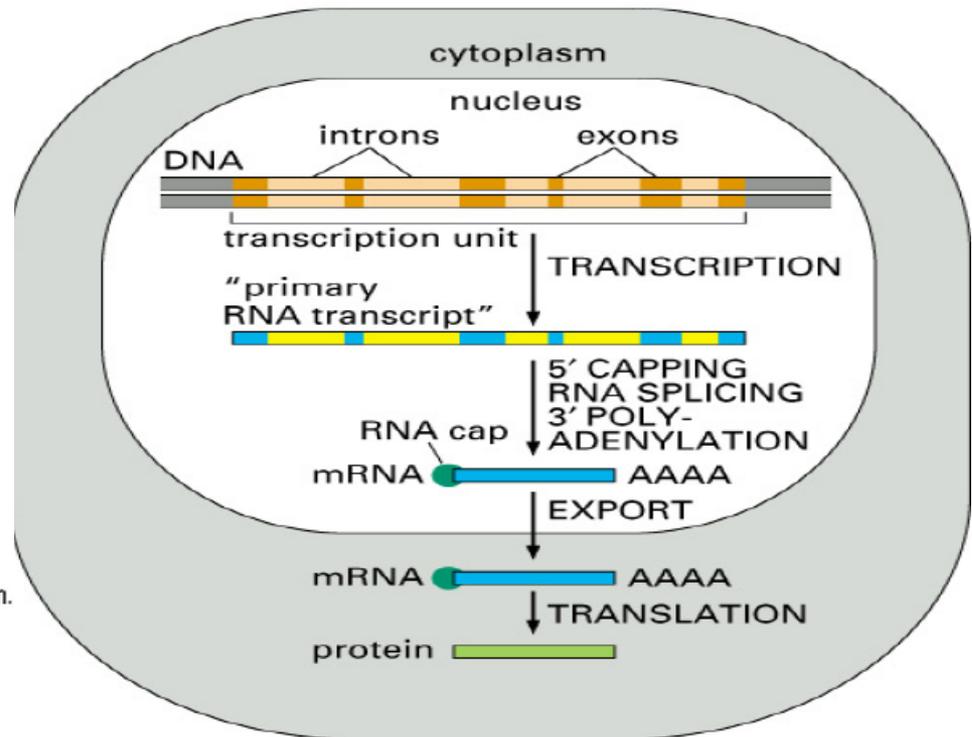
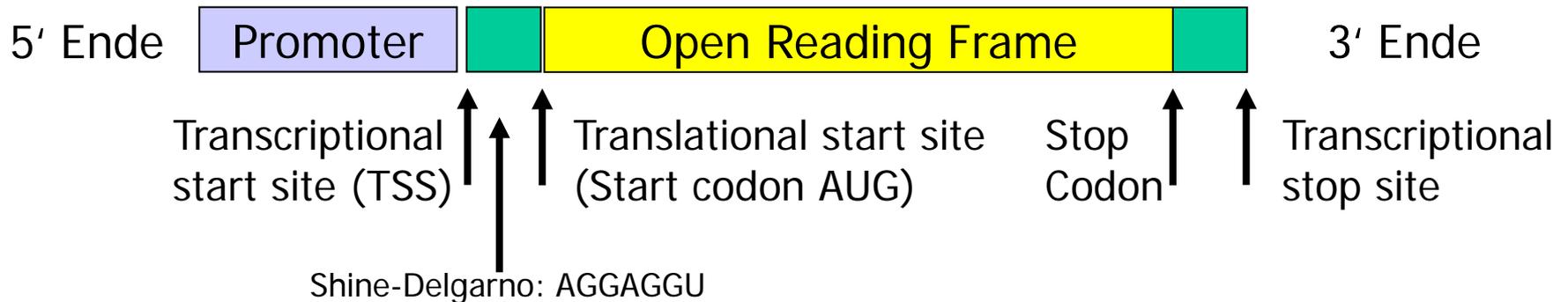


Figure 6-21 part 1 of 2. Molecular Biology of the Cell, 4th Edition.

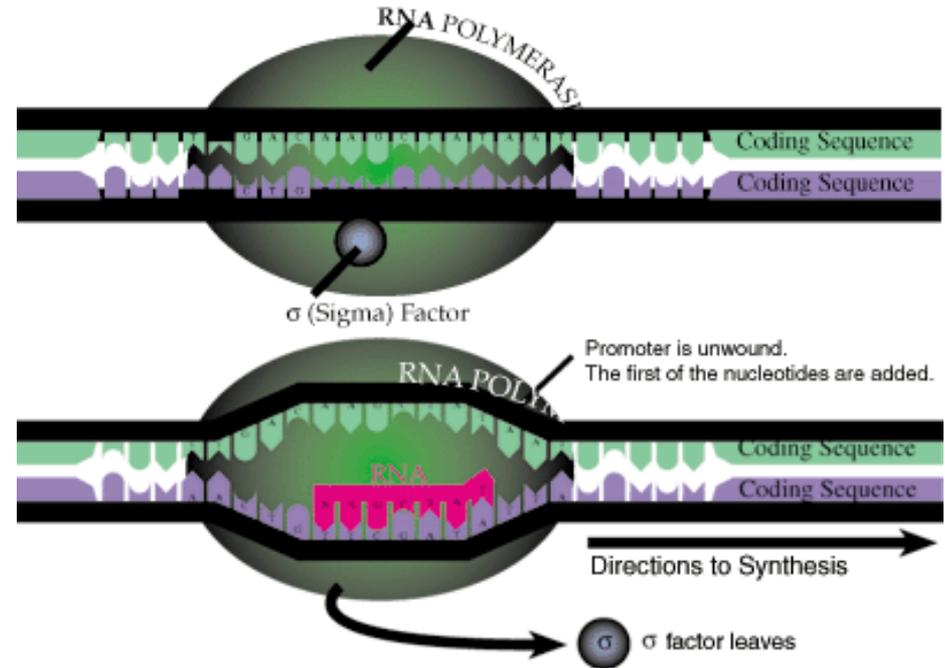
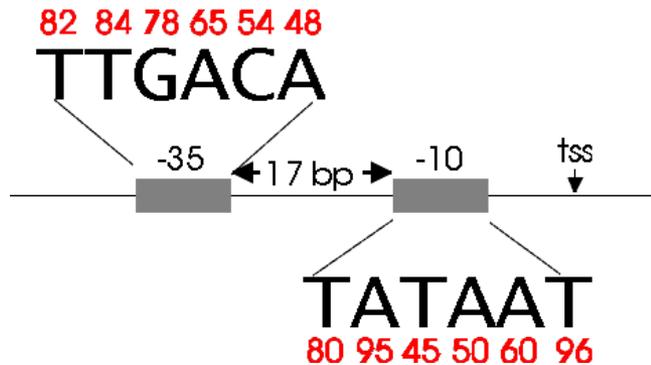
Gene in Prokaryoten

- Haben eine vergleichsweise einfache Struktur
 - Relativ feste **Start- und Stopcodons**
 - **Open Reading Frame (ORF)**: Sequenz zwischen Start- und Stopcodon von >100 Basen Länge; Länge durch 3 teilbar
 - Sequenzsignale für Anfang und Ende der Transkription (TSS)
 - **Promoterregion**: Konservierte Motive im Abstand von -35 bzw. -10 Basen von der Transcriptional Start Site (TSS)



Promoter Region und RNA Polymerase

Typical Bacterial Promoter



Quelle: Blackwell Pub., 11th hour

- RNA Polymerase: Komplex aus verschiedenen Proteinen
- Sigma-Faktoren erkennen unterschiedliche DNA-Motive
 - Produktion der Sigma-Faktoren hängt von Umwelt ab und regelt z.T. die [Reaktion der Zelle](#) auf Umwelteinflüsse
- Polymerase bindet erst, wenn Sigma-Faktor gebunden

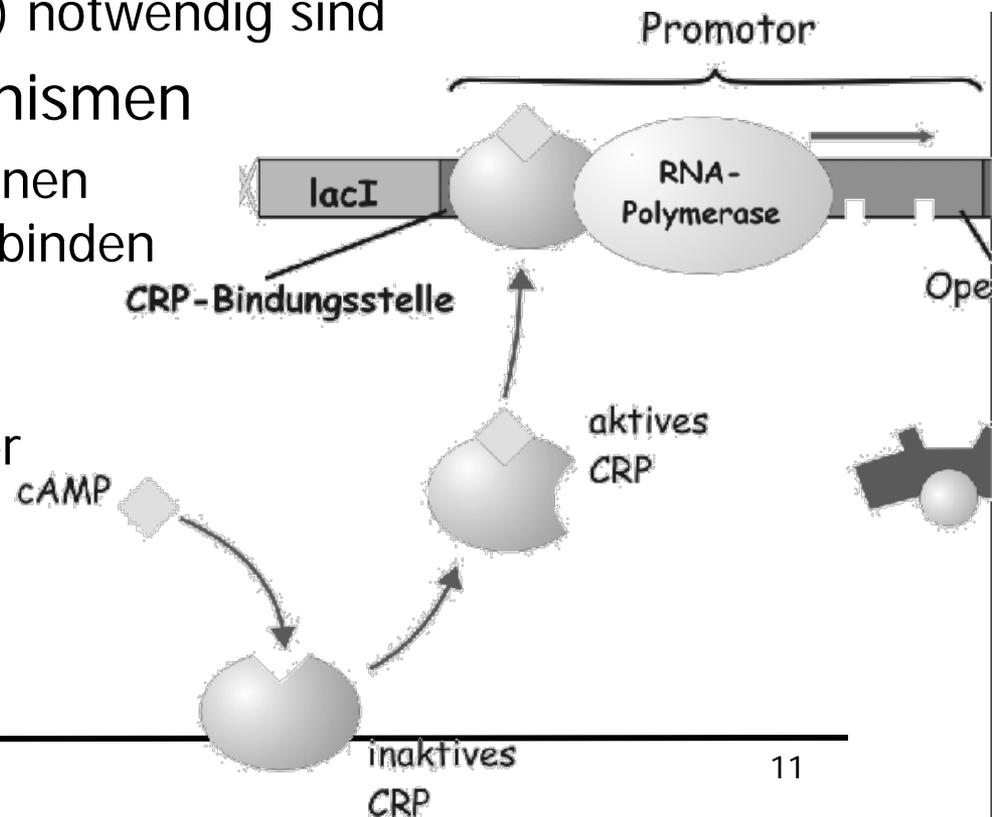
Sigma-Faktoren

Faktor	Erkennungssequenz -35	Erkennungssequenz -10	Bedingungen
σ^{70}	TTGACA	TTGACA	Normal (~70% aller Gene)
σ^{32}	CTTGAA	CTTGAAA	Hitzestress
σ^{54}	CTGGCAC	CTGGCAC	Stickstoffmangel
σ^{28}	TAAA	CTAAA	...
...

- Verschiedene σ -Faktoren binden an versch. [Sequenzmotive](#)
 - E.Coli hat 7 Faktoren; andere Spezies haben mehr/weniger
- Motive müssen nicht perfekt erhalten sein
 - Dargestellt sind [Consensus-Sequenzen](#)
 - Je größer die Abweichung, desto geringer die Expression des regulierten Gens

Regeln und Abweichungen

- Nicht alle Gene haben eigene Promoter
 - **Operons**: Gruppen von Genen, deren Expression durch einen gemeinsamen Promoter reguliert wird (nur in Prokaryoten)
 - Z.B. Gruppen von Genen, die zur Bewältigung einer Aufgabe (Hitzestress, Zellteilung, etc.) notwendig sind
- Weitere Regulationsmechanismen
 - **Unterdrückung**: Proteine können zwischen Promotor und TSS binden und Bindung der Polymerase verhindern
 - **Aktivierung**: Bindung weiterer Proteine in der Nähe des Promoters kann Effizienz der Expression erhöhen



Open Reading Frames (ORFs)

- Prokaryotische Gene haben keine Introns
- Nahezu alle DNA ist kodierend
- **Open Reading Frame**
 - Bereich auf dem Chromosom, der **kodierend sein könnte**
 - Sollte länger als 60 Codons sein (trifft für ~98% aller Gene zu)
 - Start-Codon AUG (meistens)
 - AUG kodiert auch für Methionin – kein eindeutiges Signal
 - Stop-Codons UAA, UAG, UGA
- Kann man relativ leicht und schnell finden

Gene Prediction in Prokaryoten

- Verfügbare **Evidenzen**
 - ORFs
 - Konservierte Promotor-Sequenzen
 - In einem ORF ist die dritte Base jedes Codons häufiger gleich als statisch erwartet
 - Grund: Spezies favorisieren spezifische Codons für Aminosäuren, bei denen es mehrere Möglichkeiten gibt
 - Transcriptional Stop Site, Shine-Delgado-Sequenz, ...
- Wenn man diese Eigenschaften (fast) alle gefunden hat, hat man mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Gen
 - Wahrscheinlichkeit eines **Falsch-Positiven Hits** für ein beliebiges ORF der Länge 60 Codons
 - 60-mal kein Stop-Codon sehen: $(61/64)^{60} \sim 4\%$

Eukaryoten

(A) EUKARYOTES

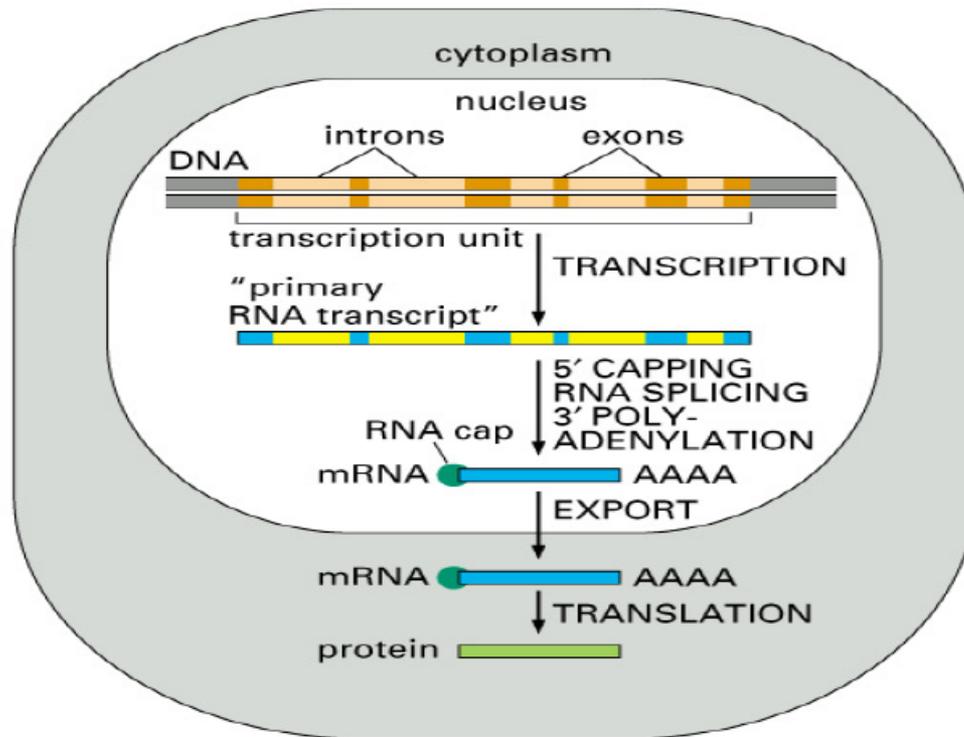
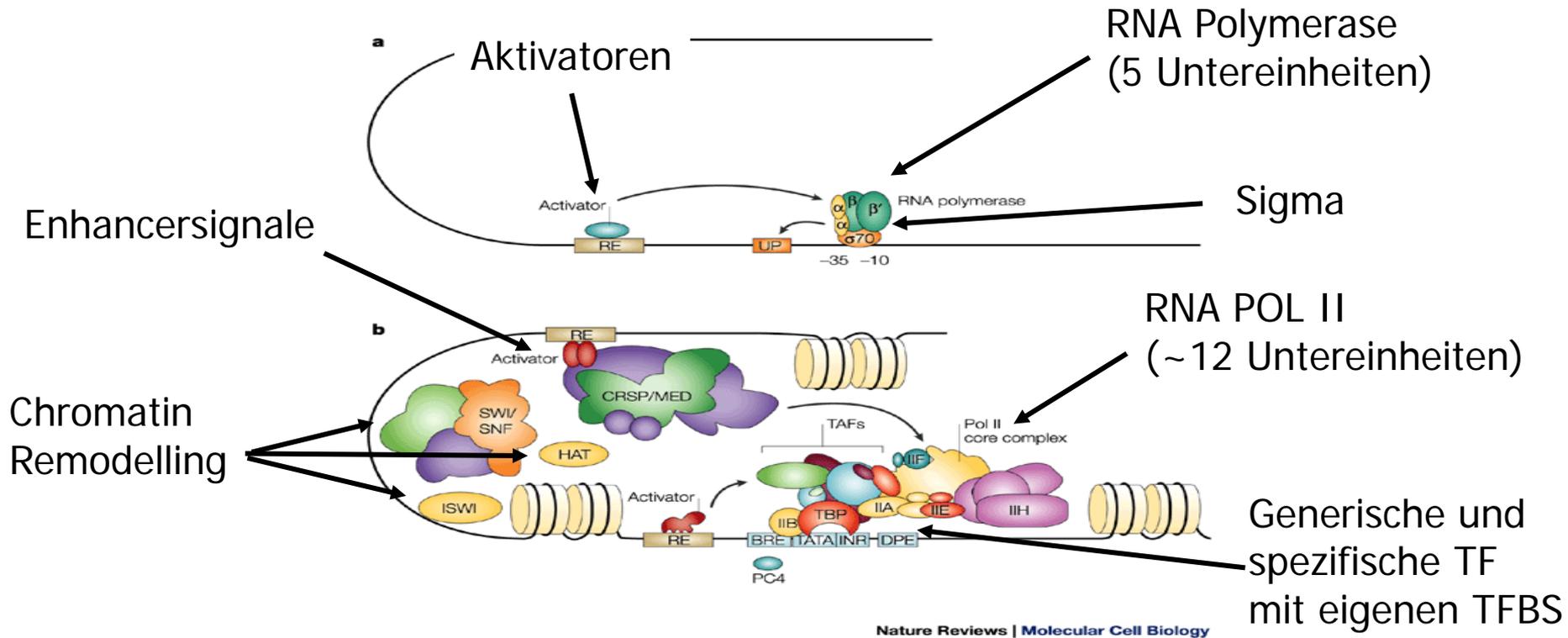


Figure 6-21 part 1 of 2. Molecular Biology of the Cell, 4th Edition.

Quelle: William Stafford Noble

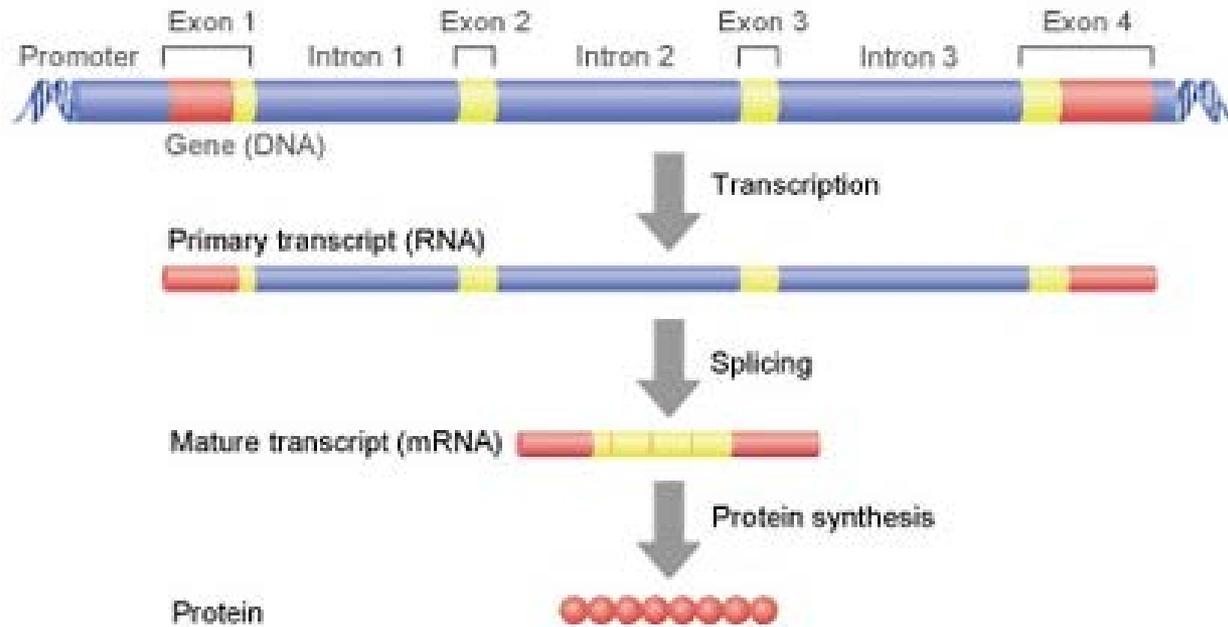
- **Introns:** variable Zahl/Länge
 - können >MB lang sein
- Differentielles Splicing
- 3 RNA-Polymerasen
- **Promoterregionen können MB'n entfernt sein**
- Polymerase bindet nur bei Vorhandensein mehrerer **Transcription Factors (TF)**
 - Mensch: ~2000 TF
 - Expression benötigt im Schnitt ~5 gebundene TFs
- Viel nicht-kodierende DNA
- ...

Polymerase Initiation Complex



- Warum so komplex? **Unterschiedliche Expressionsmuster**
 - Viele Gewebetypen mit spezifischen Aufgaben
 - Entwicklungsprozess jedes Individuums mit verschiedenen Stadien

Grobe Genstruktur bei Eukaryoten



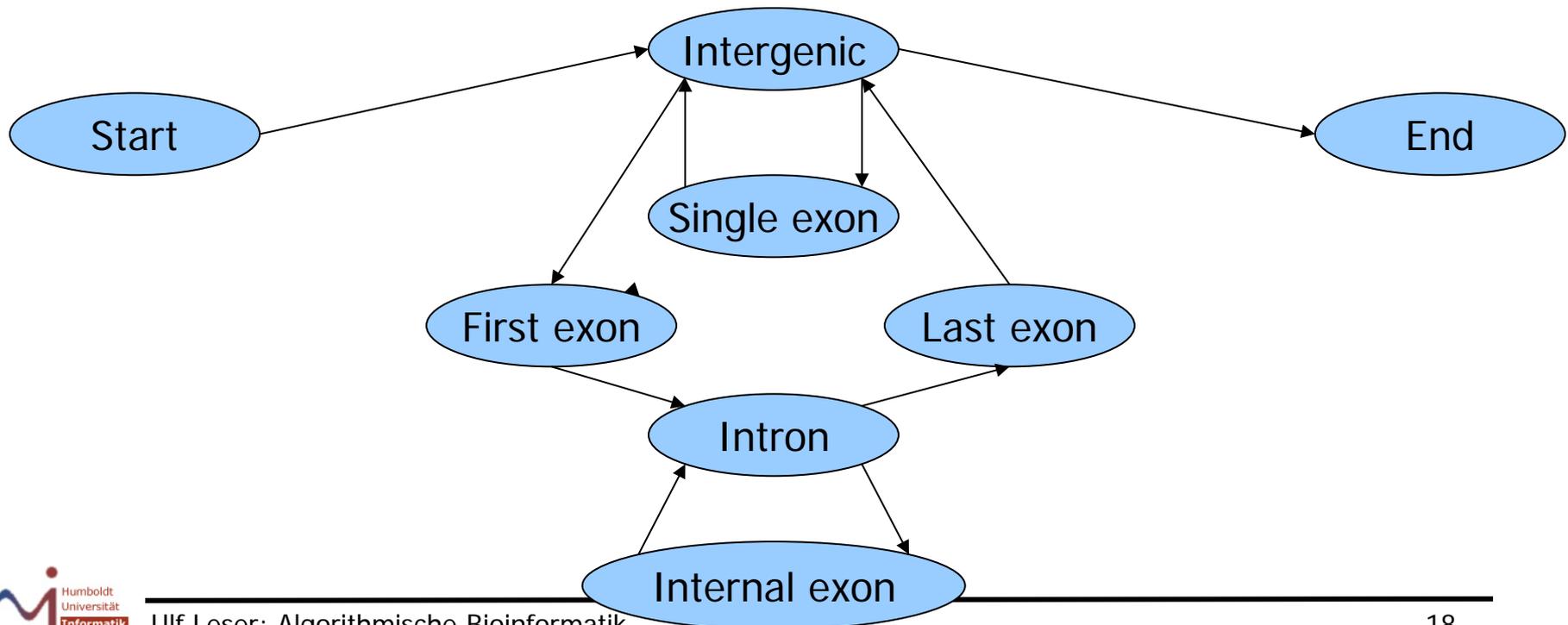
© Wellcome Trust

Modellierung: Module

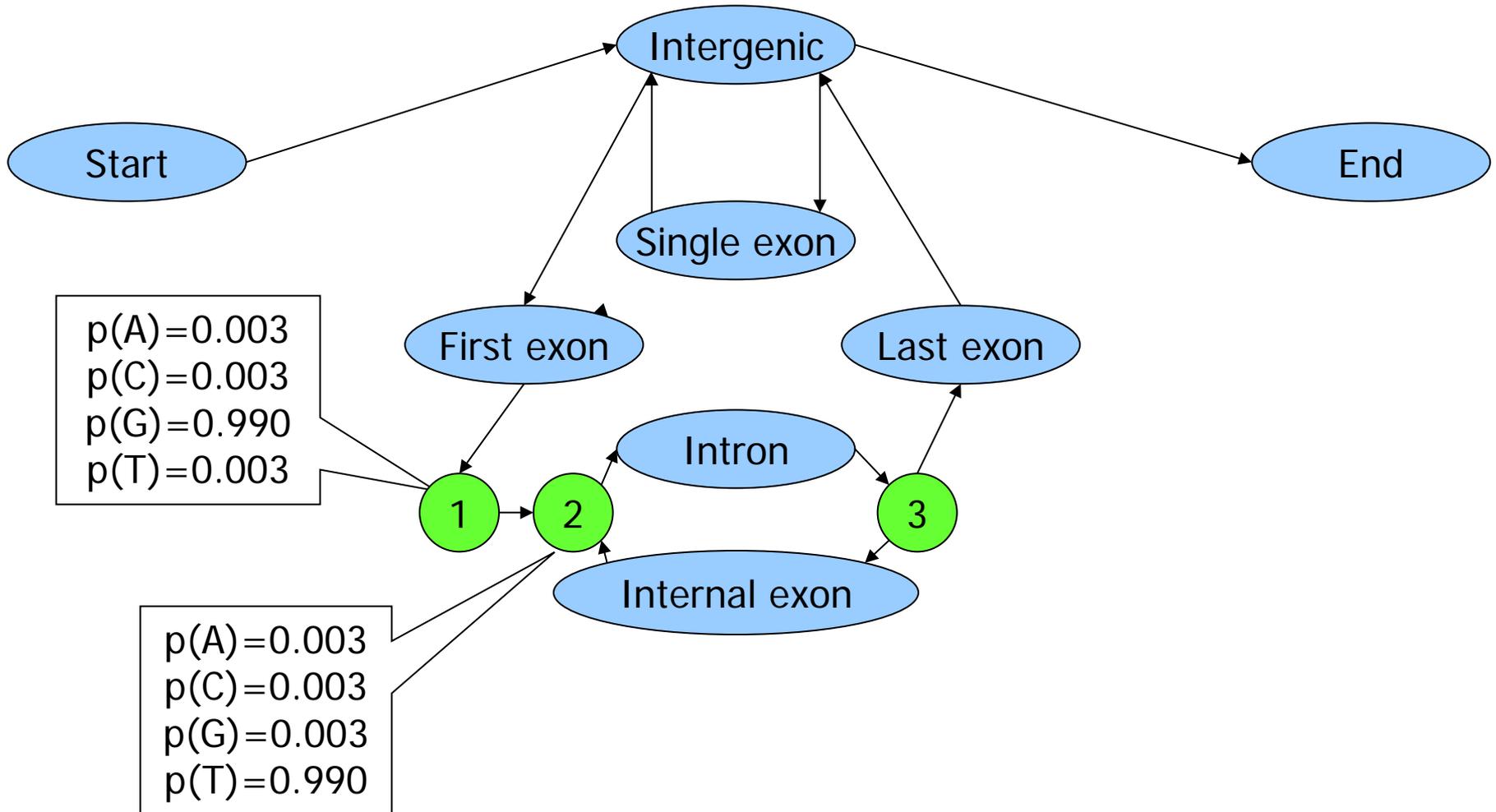
- Exons, Introns, ... nennen wir **Module eines Gens**
 - Signale: Feste Länge (kurz) und „relativ“ feste Sequenz
 - Splicestellen, Start- und Stop-Codons, TFBS
 - Blöcke: Keine feste Länge, variable Sequenz
 - Exons, Introns, UTRs, Promoterregionen
- Wie kann man ein **Gen samt seiner Modulstruktur** finden?
 - Module haben meistens keine feste Grenzen
 - Verschiedene **Arten von Modulen** haben best. Eigenschaften
 - Länge von Coding Regions durch 3 teilbar
 - Exons sind meistens kürzer als Introns, Introns können sehr lang sein
 - Start- und Stop-Codons (nicht feste, aber stark präferiert)
 - Splicestellen sind 99% konserviert (GT, AG)
 - Exons und Introns haben unterschiedliche Basenzusammensetzung
 - ...

Einfaches Zustandsmodell

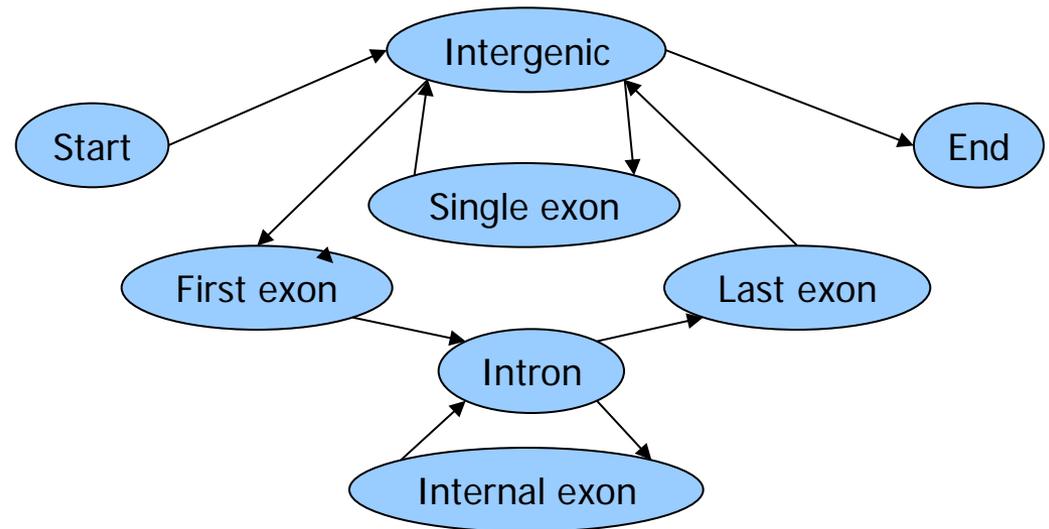
- Stellen wir uns vor, jede Base hat einen Zustand
 - Die **Modulart**, zu der sie gehört
- Folgende **Übergänge** sind erlaubt
 - Übergänge von Zustand Z zu sich selbst nicht enthalten



Wahrscheinlichkeiten

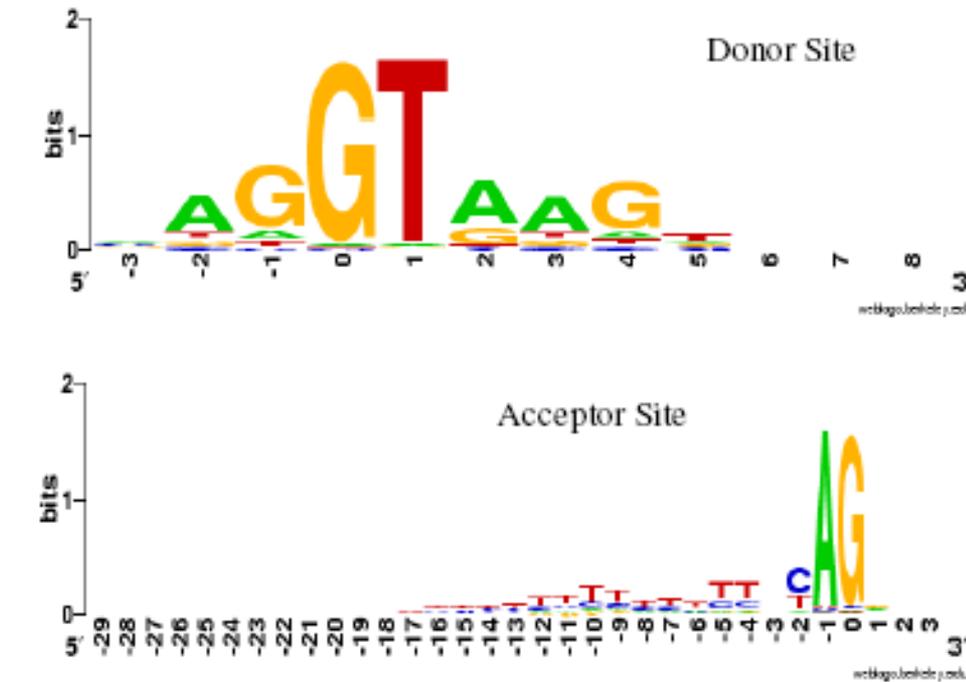


Probabilistische Automaten



- Module sind **Zustände** des Modells
- Zustände **emittieren Basen**
- Emissionen erfolgen nur mit einer bestimmten **Wahrscheinlichkeit**
- Pfeile sind Zustandsübergänge
- Auch Übergänge haben eine bestimmte Wsk
- Das ist ein **Hidden Markov Model (HMM)**

Echte Splicestellen



- Auch Basen links/rechts vom Signal sind konserviert
- Kann man als weitere Zustände in das Modell aufnehmen

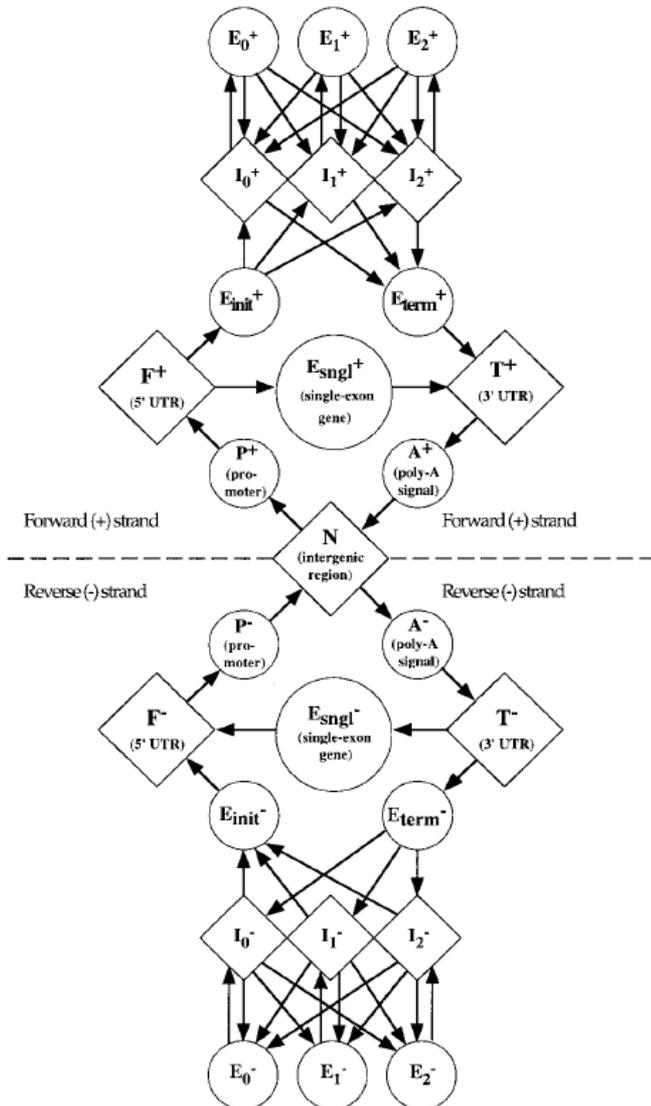
Probleme (informell)

- Einer gegebenen DNA-Sequenz kann man erst mal nicht ansehen, aus welcher Zustandssequenz sie am wahrscheinlichsten generiert wird
 - Alle emittieren A,C,G,T, nur mit (geringfügig) unterschiedlicher Wsk
- Problem 1: Gegeben eine Sequenz und ein Modell: **Finde die Modulgrenzen** (also die Zustandsübergänge)

```
ACTGACTACTAAATTGCCGCTCGTGACGACGATCTACTAAGGCGCGACCTATGCG
SSSEEEEEEEEEEEEEEEEESSIIIIIIIIIIIIIISSSEEEEEEEEEEEEE...
```

- Problem 2: Gegeben viele Gene: **Finde die Übergangs- und Emissionswahrscheinlichkeiten** des Modells
 - Und womöglich das Modell selber

Beispiel: GeneScan



- Burge, C. and Karlin, S. (1997). "Prediction of complete gene structures in human genomic DNA." *J Mol Biol* 268(1): 78-94.
- Modell mit 27 Zuständen
- Erkennungsgenauigkeit (1997)
 - ~90% für Basen (in Gen oder nicht)
 - ~80% für: In Exon oder nicht
 - ~43% für komplette Genstruktur
- Trainingsdaten: ~400 humane Gene

Inhalt der Vorlesung

- Gene Finding
- Struktur von Genen
- CpG Inseln und Markov Modelle

CpG Inseln

- Mit "CpG" bezeichnet man das **Nukleotidpaar CG**
 - CpG: Hintereinander auf einem Strang, nicht die Paarung C-G
 - „p“: Phosphodiesterbrücke zwischen C und G
- CpG's sind **statistisch überraschend selten** im humanen (und anderen eukaryotischen) Genom
 - Das C in CpG kann methyliert werden
 - Dadurch höhere Mutabilität
- Aber: Im Bereich ab ca. 1500 Basen vor einem Gen ist die **Dichte an CpG „normal“**
 - Erklärung: Methylierung erhöht die Histon-Bindung der DNA
 - Dadurch wird die Expression erschwert
 - Zusätzliches **Regulationsprinzip**
 - Wird eng mit gewebespezifischen Expressionsmustern assoziiert

CpG Inseln

- **CpG-Inseln**
 - Sequenzabschnitte, in denen **mehr CpG als erwartet** (bezogen auf absolute Häufigkeit im Genom) vorkommen
 - Die meisten CpG Inseln liegen vor Genen
 - Die meisten Gene liegen hinter einer CpG Insel
- Wie kann man für einen Sequenzabschnitt entscheiden, ob er eine CpG Insel ist?
 - Wir wissen, dass bestimmte Dinukleotide häufiger sind als sonst
 - Nach C kommt häufiger ein G
 - Erster Versuch: **Markov-Modelle**

Markov-Modell (oder Markov-Kette)

- Definition

*Gegeben ein Alphabet Σ . Ein **Markov-Modell** erster Ordnung ist ein sequentieller stochastischer Prozess (Zustandsfolge) über $|\Sigma|$ Zuständen s_1, \dots, s_n mit*

- *Jeder **Zustand s_i** emittiert genau ein Zeichen aus Σ*
- *Keine zwei Zustände emittieren das selbe Zeichen*
- *Für eine Folge z_1, z_2, \dots von Zuständen gilt:*

$$p(z_t = s_t | z_{t-1} = s_{t-1}, z_{t-2} = s_{t-2}, \dots, z_1 = s_1) = p(z_t = s_t | z_{t-1} = s_{t-1})$$

- *Die $a_{0,i} = p(z_1 = s_i)$ heißen **Startwahrscheinlichkeiten***
- *Die $a_{i,j} = p(z_t = s_j | z_{t-1} = s_i)$ heißen **Übergangswahrscheinlichkeiten***
- *Außerdem:*

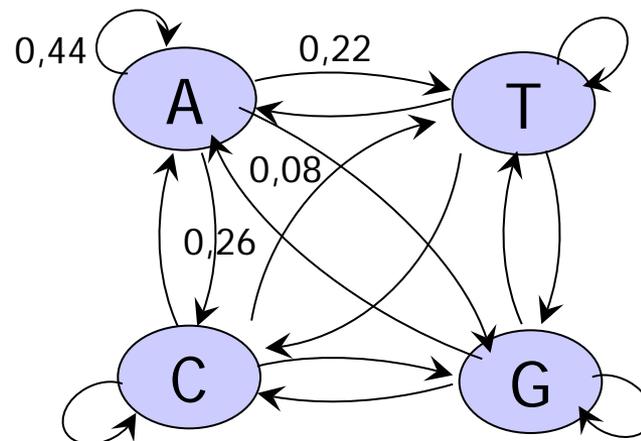
$$\sum_i a_{i,j} = 1$$

- Bemerkung

- *Wsk eines Zustands hängt **nur vom Vorgängerzustand** ab*

Visualisierung

- Jeder Zustand einer Markov-Kette emittiert ein eindeutiges Zeichen des Alphabets
 - Daher können wir **Zustände und Zeichen verschmelzen**
 - Bei HMM geht das nicht, daher trennen wir jetzt schon in der Definition
- Markov-Modell als **Zustandsgraph**
 - Knoten sind die Zeichen des Alphabets (Zustände)
 - Kanten sind mit Übergangswahrscheinlichkeiten beschriftet



Hier sind alle Zustände mit allen verbunden; das muss nicht so sein ($a_{ij}=0$)

Bemerkung

- Eine zweidimensionale quadratische Matrix M heißt **(spalten-)stochastisch**, wenn folgendes gilt
 - $\forall i,j: 0 \leq M[i,j] \leq 1$
 - $\forall j: \sum M[i,j] = 1$
- Die Übergangsmatrix $M = [a_{i,j}]$ eines Markov-Modells ist eine stochastische Matrix

Wahrscheinlichkeit einer Zustandsfolge

- Gegeben ein Markov-Modell M mit Übergangswsk a und eine Sequenz S von Zeichen aus Σ
- Wir lassen den stochastischen Prozess laufen; M wird eine Sequenz S erzeugen
- Wie groß ist die Wsk, dass M genau S erzeugt?

$$\begin{aligned} p(S | M) &= p(z_1 = S[1]) * \prod_{i=2..n} p(z_i = S[i] | z_{i-1} = S[i-1]) \\ &= a_{0,S[1]} * \prod_{i=2..n} a_{S[i-1],S[i]} = a_{0,1} * \prod_{i=2..n} a_{i-1,i} \end{aligned}$$

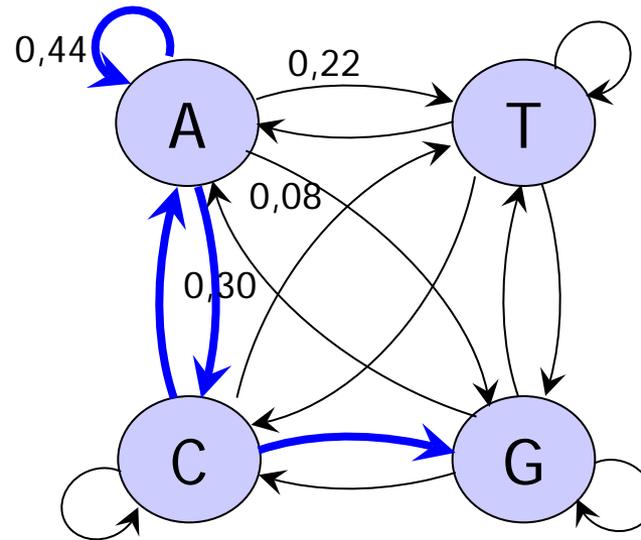
- **Deterministisch:** Da Zustände eindeutige Zeichen emittieren, kann jedes S nur durch genau eine Zustandsfolge erzeugt werden

Vereinfachung

- Startzustände machen die Formeln hässlich
- Vereinfachung
 - Einführung eines **expliziten neuen Startzustands** s_0
 - Jede Zustandsfolge beginnt mit $z_0 = s_0$
 - Seine Wahrscheinlichkeit ist fix 1 und er emittiert kein Zeichen des Alphabets
 - Damit

$$p(S | M) = a_{0,1} * \prod_{i=2..n} a_{i-1,i} = \prod_{i=1..n} a_{i-1,i}$$

Beispiel



$$P(\text{CAACG}|\text{M}) = p(z_1=\text{C}|z_0) * p(z_2=\text{A}|z_1=\text{C}) * p(z_3=\text{A}|z_2=\text{A}) * \\ p(z_4=\text{C}|z_3=\text{A}) * p(z_5=\text{G}|z_4=\text{C})$$

$$= a_{0\text{C}} * a_{\text{CA}} * a_{\text{AA}} * a_{\text{AC}} * a_{\text{CG}}$$

CpG Inseln revisited

- Wie unterscheiden sich CpG Inseln von anderen Sequenzen?
- Durch ihre **Übergangswahrscheinlichkeiten**

M+	A	C	G	T
A	.180	.274	.426	.120
C	.171	.368	.274	.188
G	.161	.339	.375	.125
T	.079	.355	.384	.182

M-	A	C	G	T
A	.300	.205	.285	.210
C	.233	.298	.078	.302
G	.248	.246	.298	.208
T	.177	.239	.292	.292

Quelle: [DEK+03]; 48 humane CpG Islands, 60.000 Basen

CpG Inseln erkennen

- Erster Versuch: Wir bilden **zwei Markov-Modelle**
 - Modell $M+$ für die Übergangshäufigkeiten in CpG Inseln
 - Modell $M-$ für die Übergangshäufigkeiten in normaler Sequenz
 - Berechnung des Log-Odds-Score

$$s = \log \left(\frac{p(S | M+) * p(M+)}{p(S | M-) * p(M-)} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{\log(a_{i-1,i}^+)}{\log(a_{i-1,i}^-)} + \log \left(\frac{p(M+)}{p(M-)} \right)$$

- $s > 0$: Die Sequenz ist **wahrscheinlich eine CpG Insel**
 - Je größer s , desto wahrscheinlicher
- $s < 0$: Die Sequenz ist wahrscheinlich keine CpG Insel

CpG Inseln finden

- Aber: Die Frage: „Ist Sequenz S eine CpG Insel?“ ist nicht wirklich relevant
- Wichtiger: „**Wo in S sind CpG Inseln?**“
- Problem: Die Markov-Kette kann überall in S beginnen
- Lösung 1: **Sliding Window** (sei $|S|=n$)
 - Wir schieben ein Fenster der Größe w über S
 - Für jede Position bestimmen wir den Score s mit $M+$ und $M-$
 - Laufzeit: $O(n)$ – Wie?
 - Problem: **Welches w ?**
 - CpG Inseln haben keine fixen Längen
- Besser wäre ein **längenunabhängiger Mechanismus**

Geschichte

- Andrej Andrejewitsch Markov (1856-1922)
 - Russischer Mathematiker
 - Entwickelte Markov-Ketten-Modelle für [Anwendungen in der Sprache](#)
 - Statistische Analyse der Buchstabenfolgen in Novellen
 - Markov, A. A. (1913). "Beispiel statistischer Untersuchungen des Textes ‚Eugen Onegin‘, das den Zusammenhang von Ereignissen in einer Kette veranschaulicht (Original in Russisch)." *Bulletin de l'Academie Imperiale des Sciences de St.-Petersbourg*: 153-162.

Markov-Modelle höherer Ordnung

- Markov-Modelle **höherer Ordnung**
 - Markov-Modell der **Ordnung k** : Wsk von Zustand z_i hängt von den **k Vorgängern** ab
 - Nicht ausdrucksstärker als Markov-Ketten der Ordnung 1
 - Jedes Markov-Modell der Ordnung k mit n Zuständen kann in ein Markov-Modell der **Ordnung 1 mit n^k Zuständen** überführt werden
 - Beispiel : Zustände eines Markov-Modells der Ordnung 3 für DNA-Sequenzen: AAA, AAC, AAT, AAG, ACA, ...
- Kann aber intuitivere Modellierung ermöglichen

Selbsttest

- Was ist ein Sigma-Faktor?
- Erklären Sie die Struktur eines eukaryotischen Gens
- Was ist der Unterschied zwischen der Transcriptional Start Site und der Translational Start Site?
- Was ist ein Markov Modell? Was ist ein MM dritter Ordnung?