

Probeklausur

Besprechung in den Übungen

Aufgabe 1 Beweisen oder widerlegen Sie.

20 Punkte

- (a) $\sum_{i=1}^n \log i = \Theta(n \log n)$, (b) $3^{\sqrt{n}} = 2^{o(n)}$,
 (c) $n - \sqrt{n} - \log n = o(n)$, (d) $n / \log \log n = o(n)$.

Aufgabe 2 Gegeben sei das Muster $y = \text{ACACAGACACCA}$.

15 Punkte

- (a) Konstruieren Sie den DFA M_y .
 (b) Geben Sie das Ablaufprotokoll von **KMP- $\text{Prefix}(y)$** und die Präfixfunktion π an.

Aufgabe 3

25 Punkte

- (a) Geben Sie einen Algorithmus an, der das folgende Entscheidungsproblem in Zeit $\mathcal{O}(n \log n)$ löst:

Gegeben: Zwei Folgen $(a_1, \dots, a_m), (a_{m+1}, \dots, a_n)$ mit $a_i \in \mathbb{N}$.

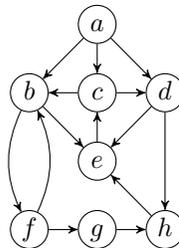
Gefragt: Ist $\{a_1, \dots, a_m\} \subseteq \{a_{m+1}, \dots, a_n\}$?

- (b) Begründen Sie die Laufzeit und Korrektheit Ihres Algorithmus'.
 (c) Schätzen Sie die asymptotische Laufzeit eines beliebigen vergleichsbasierten Algorithmus' für obiges Entscheidungsproblem ab, der nur ja-nein-Fragen der Form $a_i \leq a_j$ stellen darf.

Aufgabe 4 Gegeben sei folgender Digraph G .

15 Punkte

- (a) Geben Sie für jeden Knoten v von G einen Kreis minimaler Länge an, der v enthält (sofern v auf einem Kreis liegt).
 (b) Entwerfen Sie einen Linearzeit-Algorithmus, der für einen gegebenen Digraphen G und Knoten v feststellt, ob v auf einem Kreis liegt, und ggf. einen v enthaltenden Kreis minimaler Länge berechnet. Begründen Sie sowohl die Laufzeit als auch die Korrektheit Ihres Algorithmus.



Hinweis: Verwenden Sie Breitensuche.

Aufgabe 5 Beweisen oder widerlegen Sie.

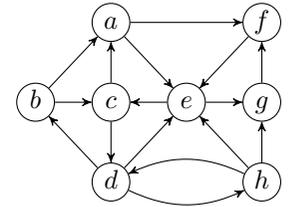
20 Punkte

- (a) Ein azyklischer Graph mit $n \geq 2$ Knoten hat mindestens zwei Blätter.
 (b) Ein azyklischer Digraph mit $n \geq 2$ Knoten hat mindestens zwei Blätter.
 (c) Ein azyklischer Digraph mit $n \geq 2$ Knoten hat mindestens ein Blatt.
 (d) Ein stark zusammenhängender Digraph mit $n \geq 2$ Knoten hat $m \geq n$ Kanten.

Aufgabe 6 Gegeben sei der folgende Digraph G .

20 Punkte

- (a) In welcher Reihenfolge werden die Knoten bei einer Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a jeweils zum ersten und letzten Mal besucht? Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachbarn in alphabetischer Folge besucht werden.
 (b) Geben Sie die zugehörigen Tiefen- und Breitensuchbäume mit allen Vorwärts-, Rückwärts- und Querkanten an.

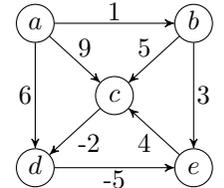


Aufgabe 7

25 Punkte

Gegeben sei folgender Digraph G mit Kostenfunktion ℓ .

- (a) Bestimmen Sie mit dem Bellman-Ford-Moore-Algorithmus kürzeste Wege von a zu allen anderen Knoten.
 (b) Bestimmen Sie mit dem Floyd-Warshall-Algorithmus kürzeste Wege zwischen allen Knoten.



Aufgabe 8

30 Punkte

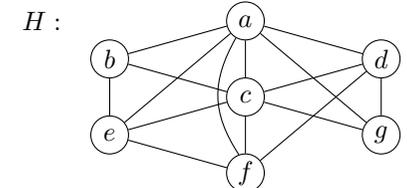
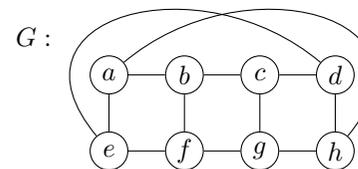
Betrachten Sie die Eingabefolge $a = (5, 2, 1, 6, 4, 3)$.

- (a) Sortieren Sie die Folge a mit **HeapSort**. Geben Sie alle Zwischenergebnisse und die Anzahl der Vergleiche an.
 (b) Geben Sie den zur Einfügesequenz a gehörigen AVL-Baum an. Geben sie alle Zwischenergebnisse und die durchgeführten Rotationen an.
 (c) Betrachten Sie die Sortieralgorithmen **ST-Sort** und **AVL-Sort**, die die Glieder der Eingabefolge der Reihe nach in einen Suchbaum (bzw. AVL-Baum) einfügen und anschließend in sortierter Reihenfolge ausgeben. Wie viele Vergleiche benötigt **AVL-Sort** zum Sortieren der Folge a ? Begründen Sie.
 (d) Geben Sie möglichst enge obere und untere asymptotische Schranken für den besten und schlechtesten Fall für **ST-Sort** und **AVL-Sort** an. Begründen Sie.

Aufgabe 9

10 Punkte

Welche der beiden folgenden Graphen sind planar und welche nicht. Begründen Sie.



Als Bearbeitungszeit sind 180 min (also 1 min pro Punkt) vorgesehen.