

Übungsblatt 6

Abgabe bis zum 16. Juli 2009

Aufgabe 37

mündlich

Ein *Teilweg* w' eines Weges w ist ein Weg, der eine Teilfolge von w ist, d. h. ist $w = (v_0, v_1, \dots, v_k)$, so besitzt w' die Form $(v_i, v_{i+1}, \dots, v_j)$, für geeignete i, j mit $0 \leq i \leq j \leq k$. Überprüfen Sie folgende Behauptungen für Graphen G mit n Knoten.

- (a) Ein Weg der Länge n kann kein Pfad sein.
- (b) Ein Weg, der kein Pfad ist, enthält einen Kreis als Teilweg.
- (c) Jeder Weg in G , der kein Pfad ist und jede Kante höchstens einmal durchläuft, enthält einen Kreis als Teilweg.

Aufgabe 38

4 Punkte

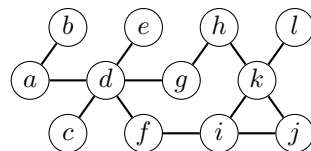
Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit n Knoten. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Jeder Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. *(mündlich)*
- (b) Jeder induzierte Teilgraph G' von G ist zusammenhängend. *(mündlich)*
- (c) Es existiert ein Baum $B = (V, E')$ mit $E' \subseteq E$. *(mündlich)*
- (d) G besitzt mindestens $n - 1$ Kanten. *(mündlich)*
- (e) Wenn G genau $n - 1$ Kanten hat, dann ist G ein Baum. **(4 Punkte)**

Aufgabe 39 Gegeben sei folgender Graph G .

mündlich

- (a) In welcher Reihenfolge werden die Knoten bei einer Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a jeweils zum ersten und letzten Mal besucht? Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachbarn in alphabetischer Folge besucht werden.
- (b) Bestimmen Sie den zugehörigen Tiefen- bzw. Breitensuchbaum von G und identifizieren Sie jeweils alle Rückwärts-, Vorwärts- und Querkanten.



Aufgabe 40

mündlich

Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen als Adjazenzmatrix gegebenen Graphen G alle Zusammenhangskomponenten bestimmt und schätzen Sie dessen Laufzeit ab.

Aufgabe 41

mündlich

Sei T ein Breitensuchbaum für einen Graphen G .

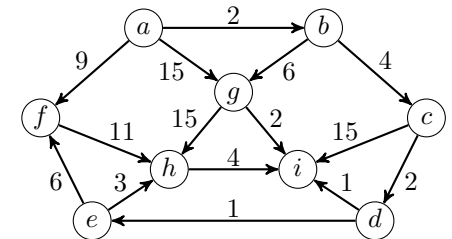
- (a) Kann es neben Baumkanten auch Vorwärts-, Rückwärts- oder Querkanten geben?
- (b) Um welchen Betrag kann die Tiefe zweier Endpunkte einer Querkante von T maximal differieren?
- (c) Beantworten Sie obige Fragen, falls T ein Breitensuchbaum für einen Digraphen G ist.

Aufgabe 42 Gegeben sei folgender Distanzgraph $G = (V, E, l)$.

mündlich

Bestimmen Sie in G mit dem Dijkstra-Algorithmus einen kürzesten Weg von a zu h .

Geben Sie insbesondere für jeden Schleifendurchlauf den aktuellen Suchbaum mit allen bis dahin besuchten Kanten an.



Aufgabe 43

mündlich

Geben Sie eine Prozedur **LongestPath** an, die für einen als Feld von Adjazenzlisten gegebenen Graphen G in Zeit $\mathcal{O}(\|V\|)$ testet, ob G azyklisch ist und in diesem Fall einen längsten Pfad in G ausgibt. Welche Laufzeit ergibt sich, wenn G als Adjazenzmatrix gegeben ist?

Aufgabe 44 Gegeben sei folgender Digraph G .

6 Punkte

- (a) In welcher Reihenfolge werden die Knoten bei einer Tiefen- bzw. Breitensuche mit Startknoten a jeweils zum ersten und letzten Mal besucht? Bei Wahlmöglichkeit sollen die Nachbarn in alphabetischer Folge besucht werden.
- (b) Bestimmen Sie den zugehörigen Tiefen- bzw. Breitensuchbaum und identifizieren Sie jeweils alle Rückwärts-, Vorwärts- und Querkanten.
- (c) Bestimmen Sie mit dem Algorithmus **SCC** aus der Vorlesung die starken Zusammenhangskomponenten und zeichnen Sie den azyklischen Komponenten-Digraphen von G .

