

Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe	2
1.1	Einleitung, Geschichte	2
1.2	Zufällige Ereignisse	9
1.3	Ereignisfelder	21
1.4	Kolmogoroff'sches Axiomensystem	25
1.5	Folgerungen	31
1.6	Die klassische Definition der Wahrscheinlichkeit	51
2	Kombinatorik	56
2.1	Klassische kombinatorische Probleme	57
2.2	Beispiele	64
2.3	Arithmetische Beziehungen zwischen den Binomialkoeffizienten	77
2.4	Die Stirling Formel	80

3	Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit von Ereignissen	95
3.1	Einführung	95
3.2	Satz der Totalen Wahrscheinlichkeit	107
3.3	Satz von Bayes	112
3.4	Anwendung bedingter Wahrscheinlichkeiten	115
4	Klassische Wahrscheinlichkeitsräume	138
4.1	Binomiale Wahrscheinlichkeiten	138
4.2	Multinomiale Wahrscheinlichkeiten	144
4.3	POISSON–Wahrscheinlichkeiten	149
5	Zufallsvariablen (allgemein)	152
5.1	Grundbegriffe	152
5.2	Eigenschaften der Verteilungsfunktion	183
6	Diskrete zufällige Variablen	190

6.1	Allgemeine Übersicht	191
6.2	Binomialverteilung	203
6.3	Geometrische Verteilung	205
6.4	Poisson-Verteilung	212
7	Charakteristika von Verteilungsfunktionen	224
7.1	Der Erwartungswert	224
7.2	Moment und Varianz	246
7.3	Schiefe und Exzeß	268
7.4	Charakteristische Funktionen	270
8	Die Exponentialverteilung	277
8.1	Einführung	277
8.2	Gedächtnislosigkeit	284
8.3	Zuverlässigkeitsmodelle	296

9	Die Normalverteilung	330
9.1	Standard-Normalverteilung	330
9.2	Berechnen von Wahrscheinlichkeiten	333
9.3	$k \cdot \sigma$ -Intervalle	341
9.4	Besonderheiten der Normalverteilung	345
9.4.1	Zentraler Grenzwertsatz	345
9.4.2	Fehlertheorie	346
9.4.3	Maximale Entropie bei gegebenen Mittelwert μ und Varianz σ^2	349
9.4.4	Die Summe normalverteilter Zufallsvariablen ist normalverteilt.	356
9.4.5	Treffen einer Zielscheibe	358
10	Transformation von Zufallsvariablen	359

11	Mehrdimensionale Zufallsvariablen	382
11.1	Begriffe	382
11.2	Unabhängigkeit von Zufallsgrößen	405
11.3	Transformationssatz für Zufallsvektoren	415
11.4	Korrelation	446
12	Ungleichungen	468
12.1	Jensen-Ungleichung	470
12.2	Markov- und Tschebyschev-Ungleichung	473
12.3	Hoeffding-Ungleichung	481
13	Grenzwertsätze	495
13.1	Das Gesetz der großen Zahlen	495
13.2	Der Satz von GLIVENKO–CANTELLI	508
13.3	Konvergenz von Folgen zufälliger Variablen	513

13.4	*Die fast sichere Konvergenz	527
13.5	Der zentrale Grenzwertsatz	534
14	Schätzmethoden	573
15	Grundlagen der Simulation	602
15.1	Einführung	602
15.2	Erzeugung von Zufallszahlen	605
15.2.1	Exakte Methoden von Hand	605
15.2.2	Kongruenzmethoden	609
15.2.3	Eigenschaften von Pseudozufallszahlen	615
15.3	Statistische Tests von Pseudozufallszahlen	625
15.3.1	Test auf Gleichverteilung	631
15.3.2	Test auf Unabhängigkeit	643
15.4	Erzeugung spezieller Verteilungen	655

15.4.1	Erzeugung einer normalverteilten Zufallsvariablen . . .	657
15.4.2	Erzeugung exponentialverteilter Zufallsvariablen . . .	664
15.4.3	Erzeugung einer binomialverteilten Zufallsvariable . . .	665
15.4.4	Erzeugung einer POISSON–Verteilten Zufallsvariable	667
15.4.5	Erzeugung einer geometrisch verteilten Zufallsvariable	674
15.4.6	Kompositionsmethode	676
15.4.7	Verwerfungsmethode (Accept-Reject Sampling) . . .	678
15.4.8	Erzeugung von korrelierten Zufallsgrößen	682
15.4.9	Das Buffonsche Nadelproblem (1777)	683
15.4.10	Simulation einer Markoff’schen Kette	686
15.4.11	*Simulation von auf der n -dimensionalen Kugelober- fläche gleichverteilten Zufallsvariablen	688

16 Markoff’sche Ketten **695**

16.1	Definitionen und einfache Zusammenhänge	696
------	---	-----

16.2	Klassifikation der Zustände	709
16.3	Rekurrente und transiente Zustände	716
16.4	Grenzverteilungen	738
16.5	Klassische Beispiele	764
16.5.1	Ruin des Spielers	764
16.5.2	Irrfahrten	777
17	Zusammenfassung	791