Transformation von Sätzen in Klauseln

Für jeden Satz des PK 1 gibt es eine Klauselmenge, die genau dann erfüllbar ist, wenn der Satz erfüllbar ist.

Erster Schritt: Operatoren $\Rightarrow$, $\Leftarrow$ und $\Leftrightarrow$ durch äquivalente Sätze ersetzen, die nur $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ enthalten:

- $\Phi \Rightarrow \Psi$ wird ersetzt durch $\neg\Phi \vee \Psi$.
- $\Phi \Leftarrow \Psi$ wird ersetzt durch $\Phi \vee \neg\Psi$.
- $\Phi \Leftrightarrow \Psi$ wird ersetzt durch $(\neg\Phi \vee \Psi) \wedge (\Phi \vee \neg\Psi)$.

Zweiter Schritt: Negationen so verteilen, daß jeder auf einen einzelnen atomaren Satz angewendet wird:

- $\neg\neg\Phi$ wird ersetzt durch Φ.
- $\neg(\Phi \wedge \Psi)$ wird ersetzt durch $\neg\Phi \vee \neg\Psi$.
- $\neg(\Phi \vee \Psi)$ wird ersetzt durch $\neg\Phi \wedge \neg\Psi$.
- $\neg\forall\ \nu\Phi$ wird ersetzt durch $\exists\ \nu\neg\Phi$.
- $\neg\exists\ \nu\Phi$ wird ersetzt durch $\forall\ \nu\neg\Phi$.

Dritter Schritt: Variablen umbenennen, so daß jeder Quantor eindeutig einer Variablen zugeordnet wird.

Zum Beispiel kann man $(\forall x\ P(x,x)) \wedge (\exists x\ Q(x))$ durch $(\forall x\ P(x,x)) \wedge (\exists y\ Q(y))$ ersetzen.

Vierter Schritt: Entfernen aller Existenzquantoren (Skolemisierung):

Tritt ein existenzquantifizierter Satz nicht im Geltungsbereich eines Allquantors auf, läßt man ihn einfach weg und ersetzt alle quantifizierten Variablen durch eine neue Konstante (Skolemkonstante), zum Beispiel $\exists x\ P(x)$ durch $P(A)$.

Tritt ein existenzquantifizierter Satz im Geltungsbereich eines Allquantors auf, läßt man ihn ebenfalls weg und ersetzt die zugehörige Variable durch eine neue Funktion (Skolemfunktion) über die gebundenen Variablen des Allquantors, zum Beispiel $\exists z\ P(x,y,z)$ durch $\forall x \forall y\ P(x,y,F(x,y))$.

Fünfter Schritt: Entfernen aller Allquantoren.

Sechster Schritt: Überführen des Ausdrucks in die Konjunktive Normalform, d.h. in eine Konjunktion von Literalen:

- $\Phi \vee (\Psi \wedge \chi)$ wird ersetzt durch $(\Phi \vee \Psi) \wedge (\Phi \vee \chi)$.

Siebter Schritt: Operatoren entfernen, indem die Konjunktion als Menge von Klauseln geschrieben wird, z.B. $P \wedge (Q \vee R)$ durch $\{\{P\}, \{Q, R\}\}$.

Letzter Schritt: Variablen umbenennen, so daß keine Variable in mehr als einer Klausel auftritt.