

Übungsblatt 6

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 25.–28. 11. 2008
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis zum 2. 12. 2008

Aufgabe 40

mündlich

Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen weder unter Durchschnitt noch unter Vereinigung über unendlich vielen Sprachen abgeschlossen ist.

Aufgabe 41

5 Punkte

$\min(L) = \{x \in L \mid \text{kein echtes Präfix von } x \text{ ist in } L\}$

und

$\max(L) = \{x \in L \mid x \text{ ist kein echtes Präfix eines Wortes } y \in L\}$.

- Zeigen Sie, dass $\min(L) = \max(L)$ die Gleichheit $\min(L) = L$ impliziert. (mündlich)
- Gilt hiervon auch die Umkehrung? Begründen Sie. (2 Punkte)
- Zeigen Sie, dass die Klasse REG unter dem \min -Operator abgeschlossen ist, d.h. für $L \in \text{REG}$ folgt $\min(L) \in \text{REG}$. (mündlich)
- Zeigen Sie, dass REG unter dem \max -Operator abgeschlossen ist. (3 Punkte)

Aufgabe 42

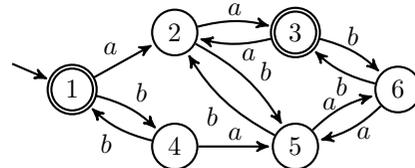
10 Punkte

(a) Geben Sie für M eine äquivalente reguläre Grammatik an. (5 Punkte)

(b) Geben Sie für die reguläre Grammatik $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$ mit den Regeln

$$P: A \rightarrow aB, a, \varepsilon \\ B \rightarrow bA, b$$

einen äquivalenten NFA an. (5 Punkte)



Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 43

5 Punkte

Die folgenden Sprachen sind nicht regulär. Beweisen Sie dies durch Anwendung des Pumping-Lemmas.

- $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$, (mündlich)
- $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m > 0\}$. (5 Punkte)

Aufgabe 44

mündlich

Betrachten Sie die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \text{ oder } j = k\}$.

- Zeigen Sie, dass L eine endliche Pumpingzahl l hat. Wie groß ist l ?
- Zeigen Sie, dass L (dennoch) nicht regulär ist.

Aufgabe 45

mündlich

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB$$

und sei $w = aaabbabba$.

- Geben Sie alle Satzformen α von G der Länge $|\alpha| \leq 4$ an.
- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an.
- Konstruieren Sie aus G einen PDA M mit dem Verfahren aus der Vorlesung.
- Zeigen Sie $w \in L(G)$, indem Sie eine Links- und eine Rechtsableitung sowie einen Ableitungsbaum und eine akzeptierende Rechnung von M für w angeben.
- Ist G mehrdeutig?

Aufgabe 46

mündlich

Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}$.

- Geben Sie einen PDA M für L an und beweisen Sie dessen Korrektheit.
- Konstruieren Sie aus M eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 47

10 Punkte

Gegeben sei der Kellerautomat $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$ mit $Z = \{p, q\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{A, B, \#\}$ und der Überföhrungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta: q\epsilon\# \rightarrow q & (1) & qa\# \rightarrow qA\# & (2) & qaA \rightarrow qAA & (3) & qbA \rightarrow pA & (4) \\ p\epsilon\# \rightarrow q & (5) & pbA \rightarrow p & (6) & pb\# \rightarrow pB\# & (7) & pbB \rightarrow pBB & (8) \\ pcB \rightarrow q & (9) & qcB \rightarrow q & (10) & & & & \end{array}$$

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an. (2 Punkte)
- Konstruieren Sie zu M eine äquivalente kontextfreie Grammatik G . Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung. (5 Punkte)
- Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von $M(abbbcc)$ und die zugehörige Ableitung in der Grammatik G an. (3 Punkte)