

Übungsblatt 6

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 28.11.–1.12.2017
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 27.11.2017, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:10 Uhr am 6.12.2017*

Essentielle Begriffe: Grammatiken, Typ- i -Sprachen, CFL, Pumpinglemma (für kontextfreie Sprachen), Pumpinglemma, Pumpingzahl

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 37; 38; 39; 40

Aufgabe 35 Folgende Aussagen haben die Form „Wenn A , dann B “. *mündlich*
Geben Sie die (äquivalente) *Kontraposition* „Wenn nicht B , dann nicht A “ an. Formen Sie dabei die Aussagen „nicht B “ und „nicht A “ so um, dass die Negation möglichst weit hinten auftritt.

- (a) Wenn L regulär ist, gibt es einen DFA M mit $L(M) = L$.
- (b) Wenn für alle $(a, b), (b, c) \in R$ auch $(a, c) \in R$ gilt, ist R transitiv.
- (c) Wenn $L = \{a\}^*$, dann gibt es für alle $i \geq 0$ ein $j \in \mathbb{Z}$, sodass $a^{i+j} \in L$.

Aufgabe 36 Stimmen folgende Aussagen? Begründen Sie. *mündlich*

- (a) $A \in \text{CFL} \Rightarrow A^* \in \text{REG}$,
- (b) $A, C \in \text{REG}$ und $A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow B \in \text{REG}$,
- (c) $A \in \text{CFL}$ und $A \subseteq B \not\Rightarrow B \notin \text{REG}$,
- (d) Wenn $A, B \in \text{REG}$, dann ist $A \Delta B$ (symmetrische Differenz) regulär.

Aufgabe 37 Zeigen Sie unter Nutzung des Pumping-Lemmas: *12 Punkte*

- (a) $L_1 \notin \text{REG}$, wobei $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$, *(mündlich)*
- (b) $L_2 \notin \text{REG}$, wobei $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m > 0\}$. *(12 Punkte)*

Aufgabe 38 Sei $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \text{ oder } j = k\}$.

6 Punkte

Zeigen Sie wie folgt, dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen im Allgemeinen falsch ist:

- (a) Zeigen Sie, dass L_1 eine endliche Pumpingzahl l hat. Wie groß ist l ? (mündlich)
 (b) Zeigen Sie, dass L_1 (dennoch) nicht regulär ist. (mündlich)

Weiter sei $L_2 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\}$.

- (c) Zeigen Sie (wie in (a) und (b)) mittels L_2 , dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist. (6 Punkte)

Hinweis: Sie dürfen bereits benutzen, dass für Sprachen $A \in \text{CFL}$ und $B \in \text{REG}$ die Sprache $A \cap B$ kontextfrei ist. Dies wird erst auf Blatt 8 (unter Nutzung von Kellerautomaten) gezeigt. Zudem dürfen Sie ohne Begründung nutzen, dass die Sprache $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\}$ nicht kontextfrei ist (dies lässt sich analog zum Beweis $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$ aus der Vorlesung zeigen).

Aufgabe 39 Betrachten Sie den untenstehenden DFA M .

6 Punkte

- (a) Geben Sie für M eine äquivalente reguläre Grammatik an.

(mündlich)

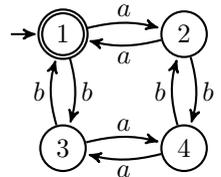
- (b) Geben Sie für die reguläre Grammatik $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$ mit den Regeln

$$P: A \rightarrow aB, a, \varepsilon$$

$$B \rightarrow bA, b$$

einen äquivalenten NFA an.

(6 Punkte)



Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 40 Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

6 Punkte

Finden Sie Grammatiken beliebigen Typs für die Sprachen L_1 und L_2 über Σ .

- (a) $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$, (mündlich)
 (b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt so viele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$. (6 Punkte)

Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.