

## Übungsblatt 7

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 4.–7. 12. 2018*  
*Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 3. 12. 2018, 23:59 Uhr*  
*Abgabe der schriftlichen Lösungen am 11. 12. 2018 bis 15:10 Uhr*  
*im Hörsaal vor der Vorlesung*

**Essentielle Begriffe:** CFL, Chomsky-Normalform,

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 39; 41; 42; 43

**Aufgabe 39** Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ .

**6 Punkte**

Finden Sie Grammatiken beliebigen Typs für die Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  über  $\Sigma$ .

- (a)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$ , *(mündlich)*  
(b)  $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt so viele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$ . *(6 Punkte)*

Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

**Aufgabe 40** Sei  $G = (\{A, B, C, D\}, \{a\}, P, A)$  mit

**mündlich**

$$\begin{array}{ll} P: & A \rightarrow ABCCC, B & B \rightarrow aa, C \\ & C \rightarrow a, A, D & D \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

- (a) Wandeln Sie die Grammatik  $G$  mit den Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik  $G'$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um. Gehen Sie dabei in folgender Reihenfolge vor: Ersetzen der Terminale durch Nichtterminale, Auflösen von rechten Seiten mit mehr als 2 Nichtterminalen, Umwandlung in eine Grammatik für  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  ohne  $\varepsilon$ -Regeln, Entfernen von Variablenumbenennungen  
(b) Welchen Nachteil für den Arbeitsaufwand hätte es, die Entfernung der  $\varepsilon$ -Regeln als ersten Schritt durchzuführen?

**Aufgabe 41** Sei  $G = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{a, b\}, P, A)$  mit

**7 Punkte**

$$\begin{array}{lll} P: & A \rightarrow BAB, EFa & B \rightarrow bb, D & D \rightarrow a, C \\ & C \rightarrow AB, B, ba & E \rightarrow F, EE, b & F \rightarrow CF, a \end{array}$$

Wandeln Sie die Grammatik  $G$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik  $G'$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um. Führen Sie die Teilschritte in der Reihenfolge aus der Vorlesung durch (dieselbe wie in **Aufgabe 40**).

**Aufgabe 42****11+10 Punkte**

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Begründen Sie.

- (a)  $L_1 = \{a^l b^m a^n \mid m \leq \max(l, n)\}$  (mündlich)  
(b)  $L_2 = \{b a b a^2 b a^3 b \dots b a^{n-1} b a^n b \mid n \geq 1\}$  (mündlich)  
(c)  $L_3 = \{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$  (7 Punkte)  
(d)  $L_4 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$  (4 Punkte)  
(e)  $L_5 = \overline{L_2}$  (5 Zusatzpunkte)  
(f)  $L_6 = \{a, b\}^* \setminus \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$  (5 Zusatzpunkte)

**Aufgabe 43****6 Punkte**Betrachten Sie die Grammatik  $G = (\{S\}, \{(\cdot), 0, +\}, \{S \rightarrow 0, (S + S)\}, S)$ .

- (a) Geben Sie für  $l = 5$  alle Zerlegungen des Wortes  $z = ((0 + (0 + 0)) + 0)$  in  $z = uvwxy$  an, die die Bedingungen der Konklusion des Pumpinglemmas für kontextfreie Sprachen erfüllen. (mündlich)  
(b) Zeigen Sie, dass die Pumpingzahl von  $L(G)$  nach Pumpinglemma für kontextfreie Sprachen 5 ist. (mündlich)  
(c) Geben Sie für eine der Zerlegungen  $uvwxy$  aus a) Syntaxbäume für die drei Wörter  $uv^iwx^iy$  mit  $i \in \{0, 1, 2\}$  an. Sie dürfen für identische Teilbäume Symbole o.ä. nutzen. (6 Punkte)