Theoretische Informatik 3 Sommersemester 2009
Prof. Dr. Johannes Köbler 15. April 2009

Übungsblatt 1

Abgabe bis zum 5. Mai 2009

Für einen Übungsschein sind folgende Kriterien zu erfüllen:

- Lösen der schriftlichen Aufgaben im Umfang von mindestens 50% der erreichbaren Punkte und
- Vorrechnen von mindestens 2 mündlichen Aufgaben.

Sie können die mündlichen Aufgaben nur in der Gruppe vorrechnen, in der Sie unter Goya eingetragen sind. Die schriftlichen Aufgaben können in Gruppen von bis zu drei Personen bearbeitet werden. Diese Gruppen sollen über das Semester gleich bleiben.

Aufgabe 1 ***mündlich***

Seien $f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ Funktionen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \mathcal{O}(n^3)$
(b) $\sum_{i=1}^{n} i^2 + \log n^9 = \Theta(n^3)$
(c) $\log^3 n = \omega(\log n^3)$
(d) $\log n^5 = \omega(\log n)$
(e) $\mathcal{O}(f(n) + g(n)) = \mathcal{O}(f(n)g(n))$
(f) $f(n) + g(n) = \Omega(\min\{f(n), g(n)\})$
(g) $f(n) + g(n) = \Theta(\max\{f(n), g(n)\})$
(h) $2^{\mathcal{O}(n)} = \mathcal{O}(2^n)$
(i) $\mathcal{O}(2^n) = o(3^n)$
(j) $\mathcal{O}(2^n) = 3^{o(n)}$
(k) $n! = o(2^n)$
(l) $n! = \Omega(n^n)$
(m) $n! = 2^{\Theta(n \log n)}$
(n) $\sqrt{n} = \omega(\log n)$
(o) Wenn $f(n) = \Theta(g(n))$, dann gilt $\log f(n) = \Theta(\log g(n))$

Aufgabe 2 ***mündlich***

Für einen String $y = y_1 \cdots y_m \in \Sigma^*$ sei $L = \{x \in \Sigma^* \mid y \text{ ist Suffix von } x\}$. Zeigen Sie:

(a) Der Äquivalenzklassen-DFA M_{R_L} hat die Zustände $z_k = [y_1 \cdots y_k]$, $k = 0, \ldots, m$.

(b) $\hat{\delta}(z_0, x) = z_k$ mit $k = \max\{j \le m \mid y_1 \cdots y_j \text{ ist Suffix von } x\}$.

Aufgabe 3 ***mündlich***

Geben Sie Ablaufprotokolle der beiden Algorithmen `DFA-String-Matcher` und `KMP-String-Matcher` bei Eingabe des Musters AUGAUGUAG und des Textes ACGAUGAUGUAGGCGAUGAUGUAG an.

Aufgabe 4 ***mündlich***

Ein String x ist eine *zyklische Verschiebung* von y, falls $x \in \{uv \mid y = vu\}$ ist. Geben Sie einen Linearzeit-Algorithmus an, der für zwei Texte x und y entscheidet, ob x eine zyklische Verschiebung von y ist. Begründen Sie.

Aufgabe 5 ***10 Punkte***

Sei π die Präfixfunktion für ein beliebiges Muster $y = y_1 \cdots y_m \in \Sigma^*$ und sei δ die Überführungsfunktion von M_y. Betrachten Sie folgende auf der Menge $\{1, \ldots, m\}$ definierte Funktion

$$\pi'(k) = \max\left\{0 \le j < m \;\middle|\; \begin{array}{l} y_1 \cdots y_j \text{ ist echtes Suffix von } y_1 \cdots y_k \\ \text{und im Fall } k < m \text{ ist } y_{j+1} \ne y_{k+1} \end{array}\right\}.$$

(a) Berechnen Sie π und π' für das Muster $y = (ab)^{10}$. *(mündlich)*

(b) Zeigen Sie, dass $\pi'(k) \le \pi(k)$ für alle $k = 1, \ldots, m$ gilt. *(2 Punkte)*

(c) Zeigen Sie, dass der KMP-Algorithmus bei einem Mismatch im Zustand k mindestens bis zum Zustand $\pi'(k)$ zurückspringt, bevor er das nächste Zeichen liest. *(2 Punkte)*

(d) Zeigen Sie, dass der KMP-Algorithmus auch bei Verwendung von π' anstelle von π korrekt arbeitet. *(2 Punkte)*

(e) Zeigen Sie, dass π' (wie π) in Zeit $O(m)$ berechenbar ist. *(2 Punkte)*

(f) Zeigen Sie, dass δ bei Kenntnis von π' in Zeit $O(\|\Sigma\| m)$ berechenbar ist. *(2 Punkte)*