

Übungsblatt 1

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 25.–28. 10. 2016
 Abgabe der schriftlichen Lösungen am 2. 11. 2016 bis 15:10 Uhr
 im Hörsaal vor der Vorlesung*

Essentielle Begriffe: Sprache, Wort, Alphabet, DFA, Zustand, reguläre Sprache, (NFA)

Für einen Übungsschein müssen Sie die schriftlichen Aufgaben im Umfang von mindestens 50% der erreichbaren Punkte lösen. Die schriftlichen Aufgaben sind in Gruppen von zwei bis drei Personen zu bearbeiten. Jede Aufgabe soll auf einem **eigenen Blatt** bearbeitet werden, da diese getrennt abzugeben sind. Schreiben Sie alle Ihre Namen, Ihre **CMS-Benutzernamen** (nicht Mnr.), Ihre Abgabegruppe (z.B. AG123) aus Moodle, und den Übungstermin (z.B. Fr 9h bei Berit Grußien), zu dem Sie Ihre korrigierten Blätter zurückerhalten möchten, auf **jedes** Blatt.

Essentielle Begriffe sind solche, deren Definitionen Sie zur Übung (Besprechung der mündlichen Aufgaben) unbedingt verstanden haben müssen. Die Begriffe in Klammern werden erst für die schriftlichen Aufgaben benötigt. Die Definitionen schlagen Sie im Skript nach, siehe <https://hu.berlin/ethi16>.

Aufgabe 1 Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

mündlich

Weiter seien $A = \{\varepsilon, aa\}$, $B = \{a, aba\}$, $C = \{b, bb\}$. Bestimmen Sie folgende Sprachen:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| (a) AB | (c) $\emptyset A \cup \{\varepsilon\}B$ | (e) $\bigcup_{i=1}^{\infty} (B \cup C)^i$ |
| (b) $BA \setminus AB$ | (d) $ACA \cap BBB$ | (f) $\{\varepsilon\}(\Sigma^* \setminus \{\varepsilon\})\{\varepsilon\}$ |

Aufgabe 2 Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

mündlich

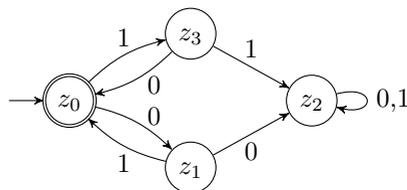
Eine Sprachklasse ist eine Menge von Sprachen. Welche der Objekte x_1, \dots, x_6 sind Wörter aus Σ^* , Sprachen über Σ , Sprachklassen, mehrere oder nichts von diesen?

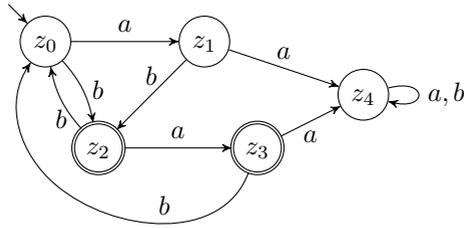
- | | | |
|----------------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------------------|
| $x_1 = abb1ba$ | $x_3 = x_2 \cap \{\{ab\}\}$ | $x_5 = \{\varepsilon\}$ |
| $x_2 = \{a, b, b, 1, b, a\} \setminus \{1\}$ | $x_4 = \varepsilon$ | $x_6 = \{L \subseteq \Sigma^* \mid \varepsilon \in L\}$ |

Aufgabe 3 Betrachten Sie folgenden DFA M :

mündlich

- Welche Zustände durchläuft M bei Eingabe $x = 011011$? Gehört das Wort x zur erkannten Sprache $L(M)$?
- Geben Sie alle Wörter der Länge ≤ 5 an, die M akzeptiert.
- Beschreiben Sie informell die von M akzeptierte Sprache $L(M)$.



Aufgabe 4 Betrachten Sie folgenden DFA M :**7 Punkte**

- (a) Welche Zustände durchläuft M bei Eingabe $x = bbabaab$? Ist $x \in L(M)$? (2 P.)
 (b) Geben Sie alle Wörter der Länge exakt 5 an, die M akzeptiert. (3 P.)
 (c) Beschreiben Sie informell die von M akzeptierte Sprache $L(M)$. (2 P.)

Aufgabe 5 Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.**mündlich**

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über Σ jeweils einen DFA (als Zustandsgraphen) mit möglichst wenigen Zuständen an:

$$L_1 = \{w \mid w \text{ endet auf } 000\},$$

$$L_2 = \{w \mid w \text{ enthält eine durch vier teilbare Anzahl Einsen}\},$$

$$L_3 = L_1 \cap L_2.$$

Aufgabe 6 Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.**6+3 Punkte**

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über Σ jeweils einen DFA (6 Punkte) und einen NFA (3 Zusatzpunkte) mit möglichst wenigen Zuständen an:

$$L_1 = \{w \mid w \text{ enthält zwei aufeinanderfolgende Nullen}\},$$

$$L_2 = \overline{L_1} = \Sigma^* \setminus L_1,$$

$$L_3 = \{w \mid |w| \geq 2 \text{ und das zweitletzte Zeichen von } w \text{ ist eine Eins}\}.$$

Aufgabe 7**mündlich**

Eine Sprachklasse \mathcal{K} heißt *unter Teilmengenbildung abgeschlossen*, falls für alle $L \in \mathcal{K}$ auch alle Sprachen L' mit $L' \subseteq L$ in \mathcal{K} enthalten sind.

Geben Sie möglichst kleine nichtleere Sprachklassen \mathcal{K} und \mathcal{K}' über dem Alphabet $\Sigma = \{a\}$ an, so dass \mathcal{K} abgeschlossen und \mathcal{K}' nicht abgeschlossen ist gegenüber

- (a) Vereinigung, (c) Komplement, (e) Sternhülle,
 (b) Schnitt, (d) Produkt, (f) Teilmengenbildung.

Aufgabe 8**mündlich**

Zeigen Sie, dass die Menge B der *Binär*-Darstellungen (ohne führende Nullen, d.h. $\{0, 11\} \subseteq B$, aber $0011 \notin B$) der durch drei teilbaren natürlichen Zahlen regulär ist.

Aufgabe 9**7 Punkte**

Zeigen Sie, dass die Menge der *Dezimal*-Darstellungen (ohne führende Nullen) der durch vier teilbaren natürlichen Zahlen regulär ist.