Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 06/07
Johannes Köbler

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (schriftlich, 10 Punkte)

Zur Erinnerung: Für zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ schreiben wir $f(n) \in O(g(n))$, falls es Konstanten c und n_0 gibt, so dass für alle $n \geq n_0$ gilt: $f(n) \leq c \cdot g(n)$. Wir schreiben $f(n) \in \Omega(g(n))$, falls umgekehrt $g(n) \in O(f(n))$. Schließlich ist $f(n) \in \Theta(g(n))$, falls sowohl $f(n) \in O(g(n))$ als auch $f(n) \in \Omega(g(n))$ gilt. Betrachten Sie jeweils zwei der folgenden Funktionen, und bestimmen Sie, ob (i) $f(n) \in O(g(n))$, (ii) $f(n) \in \Omega(g(n))$, oder ob (iii) $f(n) \in \Theta(g(n))$ gilt:

(a) n^2 (b) n^3 (c) $n^2 \log n$
(d) 2^n (e) n^n (f) $n^{\log n}$
(g) 2^{2^n} (h) $2^{2^{n+1}}$ (j) n^2, falls n gerade ist, 2^n sonst

Aufgabe 2

Betrachten Sie eine Turingmaschine, die ein *zweidimensinales* Band zur Verfügung hat. Der Schreib-Lesekopf kann sich also auch nach oben und unten bewegen.

a) Beschreiben Sie die Überführungsfunktion.

b) Zeigen Sie, wie eine solche Turingmaschine durch eine k-TM simuliert werden kann.

Aufgabe 3

Eine Turingmaschine heißt **blind** (engl. oblivious: vergesslich, blind) falls die Kopfposition zu jedem Zeitpunkt t der Berechnung nur von der Länge der Eingabe $|x|$ (und natürlich auch t), nicht aber von der Eingabe x selbst abhängt. Zeigen Sie, dass jede Turingmaschine von einer blinden Turingmaschine simuliert werden kann.

Literatur:

S. Arora, B. Barak. *Computational Complexity: A Modern Approach*. Erscheint 2007. Online unter http://www.cs.princeton.edu/theory/complexity.
J. Balcázar, J. Diaz, J. Gabarró. *Structural Complexity I+II,* Springer, 1995.
C. Papadimitriou, *Computational Complexity*, Addison-Wesley, 1994