

## Übungsblatt 6

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 27.–30. 11. 2018  
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 26. 11. 2018, 23:59 Uhr  
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 4. 12. 2018 bis 15:10 Uhr  
im Hörsaal vor der Vorlesung*

**Essentielle Begriffe:** Pumpinglemma (für kontextfreie Sprachen), (Grammatiken)

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 35; 36; 37; 38

**Aufgabe 33** Folgende Aussagen haben die Form „Wenn  $A$ , dann  $B$ “. *mündlich*  
Geben Sie die (äquivalente) *Kontraposition* „Wenn nicht  $B$ , dann nicht  $A$ “ an. Formen Sie dabei die Aussagen „nicht  $B$ “ und „nicht  $A$ “ so um, dass die Negation möglichst weit hinten auftritt.

- (a) Wenn  $L$  regulär ist, gibt es einen DFA  $M$  mit  $L(M) = L$ .
- (b) Wenn für alle  $(a, b), (b, c) \in R$  auch  $(a, c) \in R$  gilt, ist  $R$  transitiv.
- (c) Wenn  $L = \{a\}^*$ , dann gibt es für alle  $i \geq 0$  ein  $j \in \mathbb{Z}$ , sodass  $a^{i+j} \in L$ .

### Aufgabe 34

*mündlich*

Welche Aussagen stimmen für beliebige Sprachen  $A, B, C$ ? Begründen Sie.

- (a)  $A, C \in \text{REG}$  und  $A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow B \in \text{REG}$ ,
- (b) Wenn  $A, B \in \text{REG}$ , dann ist  $A \Delta B$  (symmetrische Differenz) regulär.  
*Hinweis:*  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
- (c)  $ABC \in \text{REG} \Leftrightarrow CBA \in \text{REG}$ .
- (d)  $AA \in \text{REG} \Leftrightarrow A \in \text{REG}$ .

**Aufgabe 35** Zeigen Sie unter Nutzung des Pumping-Lemmas:

**10 Punkte**

- (a)  $L_1 \notin \text{REG}$ , wobei  $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ , *(mündlich)*
- (b)  $L_2 \notin \text{REG}$ , wobei  $L_2 = \{a^{4n}b^m \mid n > m \geq 0\}$ . *(10 Punkte)*

**Aufgabe 36** Sei  $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \text{ oder } j = k\}$ .

**6+2 Punkte**

Zeigen Sie wie folgt, dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen im Allgemeinen falsch ist:

- (a) Zeigen Sie, dass  $L_1$  eine endliche Pumpingzahl  $l$  hat. Wie groß ist  $l$ ? (mündlich)
- (b) Zeigen Sie, dass  $L_1$  (dennoch) nicht regulär ist. (mündlich)

Weiter sei  $L_2 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\}$ .

- (c) Zeigen Sie mit **Extraaufgabe K1b**, dass  $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$ . (2 ZP.)
- (d) Zeigen Sie (wie in (a) und (b)) mittels  $L_2$ , dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist. (6 Punkte)

*Hinweis:* Neben c) dürfen Sie auch bereits benutzen, dass für Sprachen  $A \in \text{CFL}$  und  $B \in \text{REG}$  die Sprache  $A \cap B$  kontextfrei ist. Dies wird erst später (unter Nutzung von Kellerautomaten) gezeigt.

**Aufgabe 37** Betrachten Sie den untenstehenden DFA  $M$ .

**10 Punkte**

- (a) Geben Sie für  $M$  eine äquivalente reguläre Grammatik an. (5 Punkte)

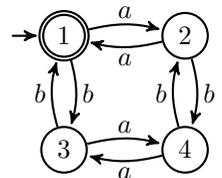
- (b) Geben Sie für die reguläre Grammatik  $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$  mit den Regeln

$$P: A \rightarrow aB, a, \varepsilon$$

$$B \rightarrow bA, b$$

einen äquivalenten NFA an.

(5 Punkte)



Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

**Aufgabe 38**

**4+4 Punkte**

Sei  $L$  eine Sprache, die von einem DFA  $M$  mit  $m$  Zuständen erkannt wird.

- (a) Zeigen Sie: Ist  $L$  endlich, so enthält  $L$  nur Wörter der Länge  $\leq m-1$ . (mündlich)
- (b) Zeigen Sie: Wenn es in  $L$  ein Wort  $w$  gibt, das  $a^m$  als Teilwort enthält, dann gibt es für jede Zahl  $k \geq 1$  ein Wort in  $L$ , das  $a^k$  enthält. Gilt dies auch, wenn  $M$  ein NFA ist? (4 Punkte)

- (c) Geben Sie einen NFA  $M$  mit Alphabet  $\Sigma = \{a\}$  und maximal 11 Zuständen an, sodass  $a^{23} \notin L(M)$ , aber  $\{a^i \mid i \geq 24\} \subseteq L(M)$ . (4 Zusatzpunkte)

*Hinweis:* Es ist hilfreich (aber nicht unbedingt notwendig) den Beweis von **Extraaufgabe R5** zu verstehen.