

Inhaltbezogene Kompetenzen:

Die Unterrichtsreihe ist dem inhaltsbezogenen mathematische Kompetenzbereich (Leitidee) der Zahlen und Operationen zuzuordnen. „Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Rechenstrategien und nutzen diese zum Rechnen, auch in Kontexten.“¹

Die SuS können:

- L1:** Ein Näherungsverfahren zur Bestimmung der Quadratwurzel anwenden.
- L2:** einen Algorithmus auf seine Eigenschaften überprüfen.
- L2:** mathematische Variablen von Variablen in der Programmierung unterscheiden.
- L3:** ein algorithmisches Verfahren (Heron Verfahren) computergestützt einsetzen.
- L4:** Das Konzept einer Schleife in einer einfachen Programmiersprache anwenden.
- L5:** Vorteile einer computergestützten Lösung eines gegebenen Problems erkennen.

Prozessbezogene digitale Kompetenzen:

Kompetenzbereich 5 der Kompetenzen in der digitalen Welt:²

Algorithmen erkennen und formulieren

- K 5.5.3:** Eine strukturierte, algorithmische Sequenz zur Lösung eines Problems planen und verwenden.
- K 5.5.1:** Funktionsweisen und grundlegende Prinzipien der digitalen Welt kennen und verstehen.

Prozessbezogene mathematische Kompetenzen:¹

- K2:** Probleme mathematisch lösen

¹ Bildungsserver Berlin-Brandenburg (2015). Rahmenlehrplan für die Jahrgangsstufen 1 - 10 der Berliner und Brandenburger Schulen. Teil C: Mathematik. Jahrgangsstufen 1-10. url: https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/rahmenlehrplaene/Rahmenlehrplanprojekt/amtliche_Fassung/Teil_C_Mathematik_2015_11_10_WEB.pdf (besucht am 06.10. 2019)

² KMK (2016). Bildung in der digitalen Welt. *Strategie der Kultusministerkonferenz* Berlin: Sekretariat der Kultusministerkonferenz.

Prozessbezogene informatische Kompetenzen:³

K3:⁴ Problemlösen – Probleme erfassen und mit Informatiksystemen lösen (Niveaustufe F)

- Algorithmische Abläufe beschreiben
- Programme entwerfen und realisieren

K4: Informatiksysteme verstehen – Wirkprinzipien kennen und anwenden (Niveaustufe F)

- Informatiksysteme beschreiben
- Technische Grundlagen erläutern und anwenden

Vorwissen:

Die SuS können:

- die Quadratwurzel einer Quadratzahl bestimmen.
- ein Intervall bestimmen, in dem die Quadratwurzel einer nichtquadratischen Zahl liegt.

Besonderheiten/ Schwierigkeiten:

Die SuS besitzen kein Vorwissen bezüglich Algorithmen oder Programmierung

³ Bildungsserver Berlin-Brandenburg (2015). Rahmenlehrplan für die Jahrgangsstufen 1 - 10 der Berliner und Brandenburger Schulen. Teil C: Informatik. Jahrgangsstufen 7-10. url: https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/rahmenlehrplaene/Rahmenlehrplanprojekt/amtliche_Fassung/Teil_C_Informatik_2015_11_10_WEB.pdf (besucht am 06.10. 2019)

⁴ K3 und K4 sind keine üblichen Abkürzungen des Rahmenlehrplans der Informatik. Sie sind von mir benannt, um eine bessere Leserlichkeit des Verlaufsplans zu ermöglichen.

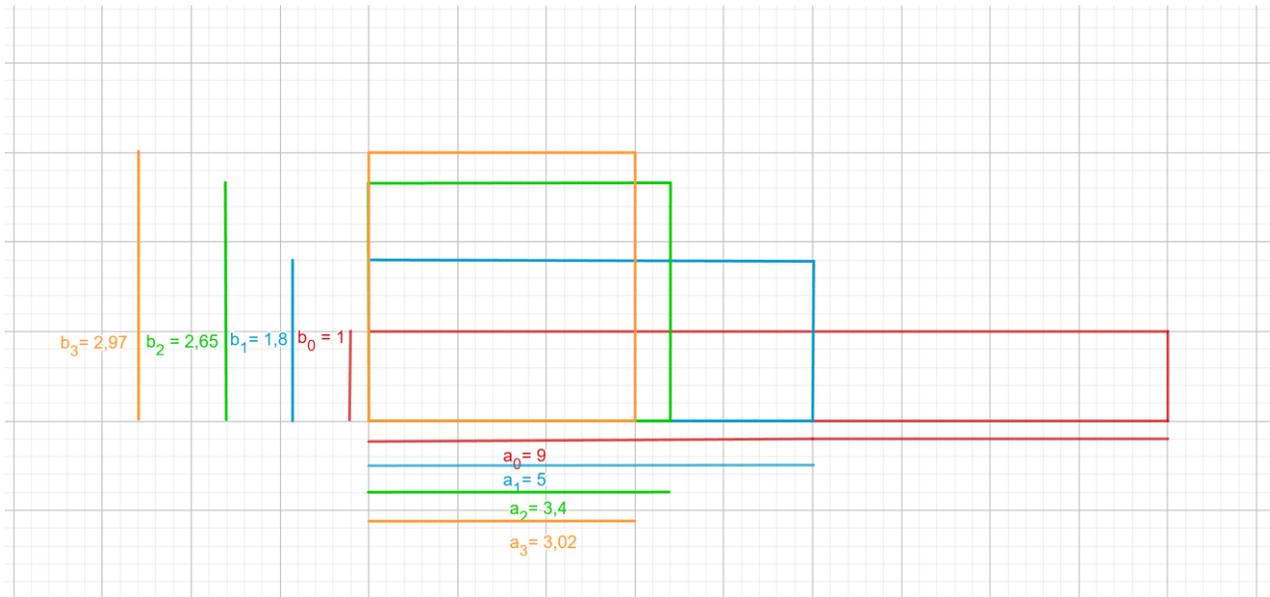
Erarbeitung des Verfahrens (1/3)

Zeit in Min	Phase	Geplantes Lehrerverhalten	Sozialform	Inhaltsbezogene- / Prozessbezogene Kompetenzen.	Medien / Materialien
15	Einführung	<p>Motivation:</p> <p>Taschenrechner kaputt. Wie lautet die Quadratwurzel von 15, 27 oder 63?</p> <p>Die Lehrkraft stellt den geplanten Unterricht der nächsten drei Unterrichtsstunden vor.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wie berechnet der Taschenrechner eigentlich die Quadratwurzel? • Theoretische Grundlage Heron-Verfahren (Stunde 1) • Praktische Umsetzung im Computerraum (Stunde 2 & 3) <p>Die Lehrkraft zeichnet zunächst ein beliebiges Quadrat an die Tafel und erörtert mit den SuS, warum die Seitenlängen der Quadratwurzel des Flächeninhaltes entsprechen.</p> <p>Motivation: Finde ein Quadrat mit dem Flächeninhalt 12 → Heron Verfahren</p> <p>Die Lehrkraft erläutert das Heron-Verfahren dem Beispiel (Tafelbild oder Präsentation). Getestet wird das Verfahren zunächst an dem Beispiel 9, da sie die Lösung hierzu bereits kennen. Dies umgeht zunächst das Problem der Abbruchbedingung des Algorithmus. Die SuS ergänzen währenddessen das Arbeitsblatt.</p>	LV	L1, K2, K3, K 5.5.3	Tafelbild / Arbeitsblatt
15	Erarbeitung	Die SuS bearbeiten die zweite Seite des Arbeitsblattes in Partnerarbeit. Die Lehrkraft unterstützt die SuS bei auftretenden Problemen.	PA	L1, K 5.5.3, K2	Arbeitsblatt
5	Sicherung	Die Lehrkraft vergleicht die Aufgaben mit den SuS.	Plenum	L1, K 5.5.3	
10	Sicherung	<p>Die Lehrkraft bespricht mit den SuS folgende Fragestellungen:</p> <p>Welche Vor-/Nachteile hat dieses Verfahren zur Berechnung einer Quadratwurzel?</p> <p>→ Aufwändig händisch zu rechnen</p>	Plenum / Unterrichtsgespräch	L5, K 5.5.1, K4	

		<p>→ Berechnen Quadratwurzel von nicht quadratischen Zahlen</p> <p>„Der Computer/Taschenrechner kann uns die Arbeit abnehmen“</p> <p>Wie nennt man es, wenn man dem Computer sagt, was er tun soll?</p> <p>→ Programm / Software</p>			
Hausaufgabe möglich	Berechne die Quadratwurzel von 17 mithilfe des Heron Verfahrens.				

Tafelbild

Das Heron-Verfahren zur Berechnung von Quadratwurzeln



Idee: Finde ein Quadrat mit dem Flächeninhalt von 9 cm^2 . Die Seitenlänge des Quadrats entspricht der Quadratwurzel des Flächeninhalts

1. Erstelle ein Rechteck mit der Seitenlänge $a_0 = 9 \text{ cm}$ und $b_0 = 1 \text{ cm}$.
2. Berechne neue Seite a_1 aus dem Durchschnitt von a_0 und b_0 .
3. Berechne neue Seite $b_1 = \frac{9}{a_1}$

Berechnungen:

$$\begin{aligned} a_0 &= 9 \text{ cm} \\ b_0 &= 1 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{9 \text{ cm} + 1 \text{ cm}}{2} = 5 \text{ cm}$$

$$b_1 = \frac{9 \text{ cm}^2}{5 \text{ cm}} = 1,8 \text{ cm}$$

$$a_2 = \frac{5 \text{ cm} + 1,8 \text{ cm}}{2} = 3,4 \text{ cm}$$

$$b_2 = \frac{9 \text{ cm}^2}{3,4 \text{ cm}} = 2,65 \text{ cm}$$

$$a_3 = \frac{3,4 \text{ cm} + 2,65 \text{ cm}}{2} = 3,03 \text{ cm}$$

$$b_3 = \frac{9 \text{ cm}^2}{3,03 \text{ cm}} = 2,97 \text{ cm}$$

$$a_4 = \frac{3,03 \text{ cm} + 2,97 \text{ cm}}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$b_4 = \frac{9 \text{ cm}^2}{3 \text{ cm}} = 3 \text{ cm}$$

Name:

Das Heron Verfahren

Datum:

Erarbeitung des Verfahrens

Du hast bereits die Quadratwurzel kennengelernt. Bei schwierigen oder großen Zahlen hast du jedoch den Taschenrechner benutzt. Wie könnte jedoch der Taschenrechner die Quadratwurzel einer großen Zahl berechnen? Eine Möglichkeit ist das Heron-Verfahren. Dies ist ein Näherungsverfahren, welches sich Schritt für Schritt der korrekten Lösung annähert.

Idee des Verfahrens:

Zeichnung:

Berechnungen:

$$a_0 = 9 \text{ cm}$$

$$b_0 = 1 \text{ cm}$$

$$a_1 =$$

$$b_1 =$$

$$a_2 =$$

$$b_2 =$$

$$a_3 =$$

$$b_3 =$$

$$a_4 =$$

$$b_4 =$$

Beschreibung

1. Erstelle ein Rechteck mit der Seitenlänge $a_0 = 9 \text{ cm}$ und $b_0 = 1 \text{ cm}$.

2.

3.

Name:

Das Heron Verfahren

Datum:

Aufgaben

Bearbeite die nachfolgenden Aufgaben auf einem Extrablatt:

Aufgabe 1)

Berechne die Quadratwurzel von 12 mithilfe des Heron-Verfahrens (ohne Zeichnung). Vergleiche nach vier Schritten dein Ergebnis mit dem des Taschenrechners.

Aufgabe 2)

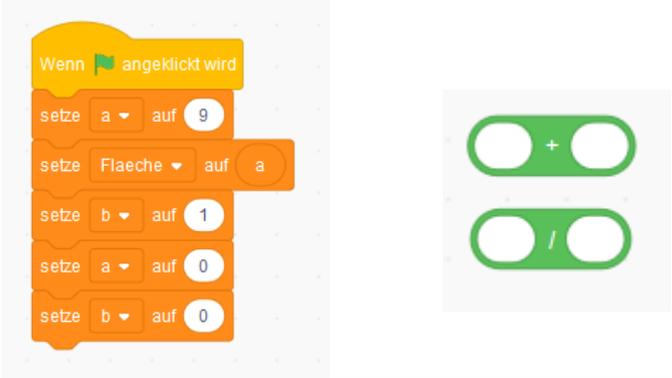
Beschreibe den Ablauf des Heron-Verfahrens mit deinen eigenen Worten.

Aufgabe 3*)

Klaus möchte die Quadratwurzel von 23 mithilfe des Heron-Verfahrens berechnen. Er weiß jedoch nicht, wann er aufhören soll zu rechnen und hat auch keinen Taschenrechner zur Hand. Formuliere eine Regel, die Klaus dabei hilft ein Ende zu finden.

Erprobung des Verfahrens (2/3)

Zeit in Min	Phase	Geplantes Lehrerverhalten	Sozialform	Inhaltsbezogene- / Prozessbezogene Kompetenzen.	Medien
15	Einführung	<p>Motivation: Wir wollen das Heron Verfahren mithilfe des Computers einsetzen. Hierzu einige Grundlagen.</p> <p>Die Lehrkraft erklärt das Prinzip einer Variable anhand folgender anschaulichen Erklärung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variable ist eine Schachtel • Vorne steht der Name der Variablen • In der Schachtel liegt ein Zettel mit einem Wert • Es darf immer nur ein Zettel in der Schachtel liegen mit beliebigen Werten (Überschreiben möglich) <p>Die Lehrkraft erklärt den SuS die Oberfläche und die ersten Anfänge in der Programmiersprache Scratch. Sie geht dabei auf folgende Punkte ein:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Starten eines neuen Projekts • Erstellen/Verändern einer Variable • Operationen auf den Variablen 	LV	L2, K4, K 5.5.1	Beamer, Schachtel mit Bezeichnung und Inhalt

		<p>Sie geht dabei auf die ersten Schritte ein, die nötig sind, um das Heron Verfahren zu programmieren.</p> 			
15	Erarbeitung	SuS programmieren das Heron Verfahren in Scratch ohne dabei eine Schleife zu nutzen. Die Lehrkraft unterstützt die SuS dabei.	PA	L3, K 5.5.3, K3	Arbeitsblatt mit Hilfsmittel
5	Sicherung	Die Lehrkraft oder eine Schülergruppe präsentiert und bespricht die Lösung. Die SuS bekommen Zeit die gegebene korrekte Lösung zu implementieren und zu speichern.	Plenum	L3, K 5.5.3, K3	Beamer
10	Ausblick	<p>Die Lehrkraft bespricht mit den SuS folgende Fragestellungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Was ist ein Algorithmus? <p>→ Ein Algorithmus ist eine eindeutige Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems</p> <p>„Nun haben wir viel über das Heron-Verfahren und Algorithmen gesprochen. Ein Algorithmus ist definiert durch folgende Eigenschaften:“ [Die Lehrkraft zeigt die Eigenschaften eines Algorithmus auf einem Beamer]</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erfüllt das Heron-Verfahren alle diese Eigenschaften? Kennt ihr andere Beispiele von Algorithmen aus dem Alltag? • Erfüllt das Heron-Verfahren alle Eigenschaften? <p>→ Auf Vorschläge der SuS eingehen und mögliche Algorithmen klären</p>	Plenum	L5, K4, K 5.5.1	Beamer

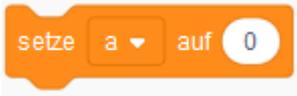
		<ul style="list-style-type: none">• Können wir nun die Quadratwurzel besonders großer Zahlen berechnen? Nein, wir müssten sehr viele Schritte programmieren. → Motivation für die folgende Stunde			
Hausaufgabe		Finde mindestens zwei Beispiele für Algorithmen in deinem Alltag			

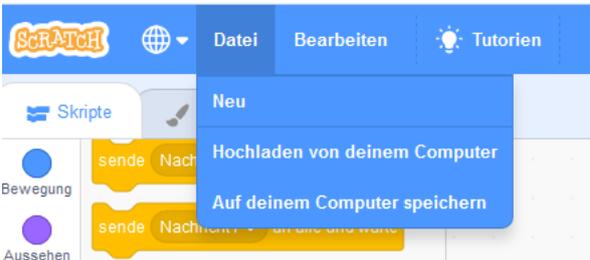
Name:

Das Heron Verfahren

Datum:

Programmieren in Scratch 1 von 2

Anfang	<p>Jedes Programm in Scratch benötigt einen Startpunkt. Diesen kannst du setzen, indem du auf  klickst und anschließend  auswählst.</p> <p>1) Füge deinem Programm einen Startpunkt hinzu</p>
Erstellen von Variablen	<p>Eine Variable erstellst du, indem du auf  klickst und anschließend  auswählst. Gib jeder deiner Variablen einen Namen und drücke auf .</p> <p>2) Erstelle drei Variablen mit den Namen a, b und Fläche.</p>
Variablen mit einem Wert belegen	<p>Du kannst die Variablen mit einem beliebigen Wert belegen. Hierzu klickst du auf  und anschließend auf .</p> <p>3) Setze den Wert von a und Fläche auf 9. Der Wert von b ist 1.</p>
Operatoren	<p>Mithilfe von  kannst du Variablen mit einem Wert belegen, welcher sich aus einer Rechnung ergibt. Die Rechnungen lassen sich miteinander kombinieren. Auch Variablen lassen sich dabei einsetzen. Beispiel:</p> <p></p> <p>4) Setze den Wert von a auf $\frac{a+b}{2}$</p> <p>5) Setze den Wert von b auf $\frac{Fläche}{a}$</p>

<p>Duplizieren der Schritte</p>	<p>Drücke die rechte Maustaste auf einen Teil deines Programmes und wähle Duplizieren aus. Anschließend erhältst du eine Kopie der erstellten Zeilen.</p>  <p>6) Dupliziere die Schritte des Heron Verfahrens mindestens drei Mal und hänge die Duplikate an dein Programm.</p> <p>7) Lasse dir die Variable a anzeigen.</p>
<p>Ausführen des Programms</p>	<p>Klicke auf die Grüne Fahne oben rechts, um dein Programm zu starten.</p>  <p>8) Führe das Programm aus und prüfe, ob die Quadratwurzel korrekt berechnet wurde.</p>
<p>Speichern deines Programmes</p>	<p>9) Klicke auf Datei in der Menüleiste und anschließend Auf deinem Computer speichern. Speichere die Datei in deinem Heimatverzeichnis.</p> 
<p>Extraaufgabe</p>	<p>Bestimme die Quadratwurzel von 12, 14, 17 und 10456 mithilfe deines Programms</p>

Erprobung des Verfahrens (3/3)

Zeit in Min	Phase	Geplantes Lehrerverhalten	Sozialform	Inhaltsbezogene- / Prozessbezogene Kompetenzen.	Medien
15	Einführung	<p>Besprechung Hausaufgabe: Algorithmen im Alltag. Die SuS nennen einige Beispiele.</p> <p>Motivation:</p> <p>Wir haben die Quadratwurzel mithilfe des Computers und des Heron Verfahrens bestimmt. Jedoch können wir noch immer nicht die Quadratwurzel besonders großer Zahlen bestimmen, da hierfür viele Schritte notwendig sind.</p> <p>Die Lehrkraft erklärt den SuS das Prinzip einer Schleife in der Informatik. Hierzu erklärt sie in Scratch die folgenden zwei Schleifenarten:</p>  <p>Hierfür führt die Lehrkraft ein einfaches Beispielprogramm vor. Ein Beispiel:</p>	LV	L4, K4, K 5.5.1	Beamer

					
15	Erarbeitung	Die SuS bearbeiten die Aufgaben und verbessern ihr erstelltes Programm aus der vorhergehenden Stunde. Die Lehrkraft unterstützt die SuS bei Fragen	PA	L4, K 5.5.3, K3	Arbeitsblatt mit Hilfsmittel
5	Sicherung	Die Lehrkraft oder eine Schülergruppe präsentiert eine korrekte Lösung. Die SuS erhalten die Möglichkeit eine korrekte Lösung zu implementieren und zu speichern.	Plenum	L4, K 5.5.3, K3	Beamer
10-15	Ausblick	<p>Die Lehrkraft bespricht mit den SuS folgende Fragestellungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Warum sind Schleifen in der Programmierung wichtig? • In welchen Kontexten werden Schleifen genutzt? Kennt ihr Beispiele aus Programmen/Spielen/Webseiten? • Warum sind Variablen in der Programmierung wichtig? • In welchen Kontexten werden Variablen genutzt? Kennt ihr Beispiele aus Programmen/Spielen/Webseiten? • Wodurch unterscheiden sich Variablen der Informatik von denen aus der Mathematik? 	Plenum	L5, L2, K 5.5.1, K4	

Name:

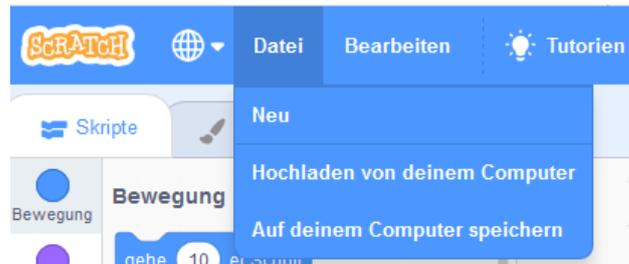
Das Heron Verfahren

Datum:

Programmieren in Scratch 2 von 2

Öffnen des Projekts

- 1) Klicke in der Menüleiste auf **Datei** und anschließend auf **Hochladen von deinem Computer**. Wähle anschließend die Datei aus der letzten Stunde aus, die du in deinem Heimatverzeichnis gespeichert hast.



Einfügen einer Schleife

Mithilfe von Schleifen in der Programmierung können wir bestimmte Rechenschritte beliebig oft ausführen lassen. Unterschieden wird in Scratch zwischen zwei Schleifen. Bei der ersten Schleifenart muss eine Anzahl an Wiederholungen angegeben werden. Bei der zweiten benötigst du eine sogenannte Abbruchbedingung.



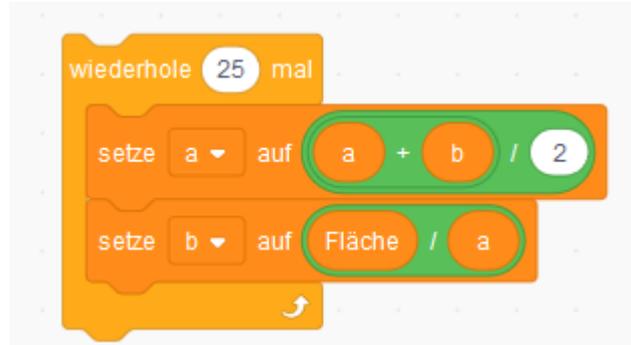
Der Schleife müssen nun die Rechenschritte hinzugefügt werden, die wiederholt werden sollen.



1. Füge deinem Programm die erstgenannte Schleifenart hinzu.
2. Füge die Rechenschritte ein, die wiederholt werden sollen.
3. Lösche alle Rechenschritte, die nicht mehr benötigt werden.

Weitere Aufgaben

4. Teste, dein Programm nun mit den Zahlen 16, 81 und 123.
Verwende zur Kontrolle deinen Taschenrechner.
5. Versuche nun die Quadratwurzel von sehr großen Zahlen zu berechnen. Hierzu musst du eventuell die Anzahl der Wiederholungen erhöhen.



6. Woran kannst du erkennen, ob die Anzahl der Schritte ausreicht hat?

Extraaufgabe

7. Versuche nun die zweite Schleifenart in Scratch zu nutzen. Überlege dir hierzu eine Abbruchbedingung für das Heron-Verfahren.



Eigenschaften eines Algorithmus:

1. **Korrektheit:** Löst der Algorithmus das Problem korrekt?
2. **Endlichkeit:** Ist der Ablauf durch eine endliche Zahl von Schritten beschrieben?
3. **Determiniertheit:** Löst der Algorithmus das Problem immer auf die gleiche Weise?
4. **Eindeutigkeit:** Ist zu jedem Zeitpunkt klar, was der Algorithmus als nächstes tut?
5. **Terminiertheit:** Liefert der Algorithmus nach einer endlichen Zahl von Schritten ein Ergebnis?