Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 06/07

Johannes Köbler

Übungsblatt 8

Aufgabe 30 Für eine Sprache $A \subseteq (\Sigma \cup \{\#\})^*$ und eine Funktion $h : N \to \Sigma^*$ sei A/h die Sprache

$$A/h = \{x \in \Sigma^* \mid x\#h(|x|) \in A\}.$$

h wird auch **Advicefunktion** für A/h und $h(n)$ **Advice** für die Eingabelänge n genannt. Für eine Sprachklasse **C** enthalte $\mathbf{C}/\text{poly}$ alle Sprachen der Form A/h, wobei A eine beliebige Sprache in **C** und h eine beliebige Advicefunktion mit $|h(n)| \leq n^c$ für eine Konstante c ist. Zeigen Sie, dass $\mathrm{P}/\text{poly} = \mathrm{PSK} = \mathrm{LINTIME}/\text{poly}$ gilt.

Aufgabe 31 (schriftlich, 10 Punkte)

a) Reduzieren Sie REACH auf CIRVAL, indem Sie zu jedem gerichteten Graphen G mit n Knoten einen Schaltkreis der Tiefe $O(\log^2 n)$ konstruieren.
Hinweis: Sei A die zu G gehörige Adjazenzmatrix und sei $A^* = \bigvee_{i\geq 0} A^i$ die reflexiv transitive Hülle von A, wobei $A^0 = I$ die Einheitsmatrix ist. Zeigen Sie, dass $A^* = (A \vee I)^{n-1}$ gilt.

b) Zeigen Sie, dass jede Sprache in $\mathrm{NSPACE}(s(n))$, $s(n) \geq \log n$, Schaltkreise der Tiefe $O(s^2(n))$ hat.

Aufgabe 32 Zeigen Sie:

a) Das Problem SUBGI, für zwei Graphen G und H zu entscheiden, ob G isomorph zu einem Teilgraphen von H ist, ist NP-vollständig.

b) Das Problem TAUT, für eine gegebene boolesche Formel F die Allgemeingültigkeit zu entscheiden, ist co-NP-vollständig.

c) Das Problem, für einen gegebenen gerichteten Graphen G zu entscheiden, ob er stark zusammenhängend ist, ist NL-vollständig.

d) Das Independent Set Problem für bipartite Graphen ist in P entscheidbar.

e) Das Erfüllbarkeitsproblem für KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens zweimal vorkommt, ist in P entscheidbar.

f) Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, ist NP-vollständig.

g) Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen alle Klauseln aus genau drei Literalen bestehen und in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, ist in P entscheidbar.