

Übungsblatt 11

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 15.–18. 1. 2019
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 14. 1. 2019, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 22. 1. 2019 bis 15:10 Uhr
im Hörsaal vor der Vorlesung*

Essentielle Begriffe: LBA, DLBA, DCSL, REC, entscheidbar, semi-entscheidbar

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: **63+68**; 64; 66; 67

Hinweis: Sie dürfen folgenden Satz ohne Beweis nutzen (siehe **Extraaufgabe S4**):
Sei $c \in \mathbb{N}$. Für jede k -NTM M , die für jede Eingabe x höchstens $c + c|x|$ Bandfelder besucht (d.h. $|u_1 a_1 v_1 \dots u_k a_k v_k| \leq c + c|x|$), gibt es einen LBA M' mit $L(M) = L(M')$. Falls M eine k -DTM ist, so kann M' als DLBA konstruiert werden.

Aufgabe 62 Zeigen Sie, dass CFL in DCSL enthalten ist. *mündlich*

Hinweis: Konstruieren Sie aus einer CNF-Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine 3-DTM, die für eine Eingabe der Länge n alle Satzformen $\alpha \in (V \cup \Sigma)^n$ betrachtet. Nutzen Sie dann den Hinweis von oben, um die Existenz eines DLBA zu zeigen.

Bemerkung: Da L aus **Aufgabe 60** nicht kontextfrei ist, gilt also $\text{CFL} \not\subseteq \text{DCSL}$. Die Frage, ob auch $\text{DCSL} \not\subseteq \text{CSL}$ gilt, ist bis heute ungelöst und als *LBA-Problem* bekannt.

Aufgabe 63 Zeigen Sie: **5 Punkte**

- (a) Für jeden LBA (DLBA) M existiert ein LBA (DLBA) M' mit $L(M) = L(M')$, der bei jeder Eingabe hält und dies, falls ein Endzustand erreicht wird, direkt nach Erreichen des Endzustands tut. *(mündlich)*
- (b) DCSL und CSL sind unter \cup , \cap , Produkt und Sternhülle abgeschlossen. *(mündlich)*
- (c) $\text{DCSL} = \text{co-DCSL}$. (*Bemerkung:* Es gilt auch $\text{CSL} = \text{co-CSL}$.) *(5 Punkte)*

Hinweis: Nutzen Sie obigen Hinweis bei (b) und (c).

Aufgabe 64**11 Punkte**

Sei N ein LBA mit $N = (\{p, q, r, s, t, d, e, l\}, \{a, \hat{a}, \#, \hat{\#}\}, \{a, \hat{a}, \#, \hat{\#}, \sqcup\}, \delta, p, \{e\})$ und

$$\delta: \begin{array}{llll} pa \rightarrow q \sqcup R, & qa \rightarrow qaR, & q\# \rightarrow r\#R, & r\# \rightarrow r\#R, \\ ra \rightarrow s\#R, & sa \rightarrow saR, & s\# \rightarrow t\#R, & t\# \rightarrow t\#R, \\ ta \rightarrow l\#L, & t\hat{a} \rightarrow d\hat{a}L, & la \rightarrow laL, & l\# \rightarrow l\#L, \\ l\sqcup \rightarrow p \sqcup R, & d\# \rightarrow d\#L, & d\sqcup \rightarrow e \sqcup N. & \end{array}$$

- (a) Geben Sie die von N erkannte Sprache an. (1 Punkt)
- (b) Wandeln Sie N mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine Typ-1-Grammatik G um. Sie dürfen dabei Regeln derselben Form mit Platzhaltern angeben, z.B. „ G enthält $\forall u \in \Sigma, v \in \Gamma$ die Regel ...“. (6 Punkte)
- (c) Geben Sie eine Ableitung in G für das Wort $a\#a\#a$ an. Sie dürfen mehrere Anwendungen von Regeln, die aus derselben Anweisung von N hervorgehen, zusammenfassen (d.h. \Rightarrow^* zwischen den Satzformen). (4 Punkte)

Aufgabe 65 Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:**mündlich**

- (1) A ist entscheidbar,
- (2) χ_A ist berechenbar,
- (3) A wird von einer DTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält.
- (4) A wird von einer NTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält.

Aufgabe 66 Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:**7 Punkte**

- (1) A ist vom Typ 0,
- (2) A wird von einer 1-NTM akzeptiert.

Aufgabe 67 Zeigen Sie, dass $\text{CSL} \not\subseteq \text{REC}$ gilt.**7 Punkte***Hinweis:* Betrachten Sie die Sprache \overline{D} mit
$$D = \{w \in \{0, 1\}^+ \mid M_w \text{ ist eine 1-NTM, die die Eingabe } \hat{w} \text{ akzeptiert ohne dabei den Bereich der Eingabe zu verlassen}\}$$
Aufgabe 68**7 Zusatzpunkte**

Ein k -PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, E)$ arbeitet wie ein Kellerautomat mit Endzuständen, verfügt aber über k Kellerspeicher. Falls $\Gamma = \{\#, A\}$ gilt und M kein zusätzliches $\#$ auf einen der Keller schreiben darf, bezeichnen wir M als k -CPDA (für engl. k -Counter-PDA).

- (a) Geben Sie sowohl den Definitions- als auch den Wertebereich der Überföhrungsfunktion δ an. (1 Zusatzpunkt)
- (b) Wie lässt sich eine 1-NTM durch einen 2-PDA simulieren? (1 Zusatzpunkt)
- * (c) Wie lässt sich ein PDA durch einen 2-CPDA simulieren? (2 Zusatzpunkte)
- * (d) Wie lässt sich ein 2-PDA (und somit auch eine 1-NTM) durch einen 2-CPDA simulieren? (3 Zusatzpunkte)